ТОМ 24, №1, 2024 eISSN 2687-1653
РЕЦЕНЗИРУЕМЫЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)

Механика / Mechanics

Машиностроение и машиноведение / Machine Buiding and Machine Science

Информатика, вычислительная техника и управление / Information Technology, Computer Science and Management



www.vestnik-donstu.ru
DOI 10.23947/2687-1653



Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)

Рецензируемый научно-практический журнал (издается с 2000 года)

eISSN 2687–1653
DOI: 10.23947/2687–1653

Том 24, № 1, 2024

Создан в целях информирования читательской аудитории о новейших достижениях и перспективах в области механики, машиностроения, информатики и вычислительной техники. Издание является форумом для сотрудничества российских и иностранных ученых, способствует сближению российского и мирового научно-информационного пространства.

Журнал включен в перечень рецензируемых научных изданий, в котором должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (Перечень ВАК) по следующим научным специальностям:

1.1.7 – Теоретическая механика, динамика машин (технические науки)
1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела (технические, физико-математические науки)
1.1.9 – Механика жидкости, газа и плазмы (технические науки)
1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (технические науки)
2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка информации, статистика (технические науки)
2.3.3 – Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами (технические науки)
2.3.5 – Математическое и программное обеспечение вычислительных систем, комплексов и компьютерных сетей (технические науки)
2.3.7 – Компьютерное моделирование и автоматизация проектирования (технические, физико-математические науки)
2.3.8 – Информатика и информационные процессы (технические науки)
2.5.2 – Машиноведение (технические науки)
2.5.3 – Трение и износ в машинах (технические науки)
2.5.5 – Технология и оборудование механической и физико-технической обработки (технические науки)
2.5.6 – Технология машиностроения (технические науки)
2.5.8 – Сварка, родственные процессы и технологии (технические науки)
2.5.9 – Методы и приборы контроля и диагностики материалов, изделий, веществ и природной среды (технические науки)
2.5.10 – Гидравлические машины, вакуумная, компрессорная техника, гидро- и пневмосистемы (технические науки)

Индексация и архивация:	РИНЦ, CyberLeninka, CrossRef, Dimensions, DOAJ, EBSCO, Index Copernicus, Internet Archive, Google Scholar
Наименование органа, зарегистрировавшего издание	Выписка из реестра зарегистрированных средств массовой информации ЭЛ № ФС 77 – 78854 от 07 августа 2020 г., выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций
Учредитель и издатель	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донской государственный технический университет» (ДГТУ)
Периодичность	4 выпуска в год
Адрес учредителя и издателя	344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1
E-mail	vestnik@donstu.ru
Телефон	+7 (863) 2–738–372
Сайт	http://vestnik-donstu.ru
Дата выхода в свет	30.03.2024





Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)

Peer-reviewed scientific and practical journal (published since 2000)

eISSN 2687–1653
DOI: 10.23947/2687–1653

Vol. 24, no. 1, 2024

The journal is aimed at informing the readership about the latest achievements and prospects in the field of mechanics, mechanical engineering, computer science and computer technology. The publication is a forum for cooperation between Russian and foreign scientists, it contributes to the convergence of the Russian and world scientific and information space.

The journal is included in the List of the leading peer-reviewed scientific publications (Higher Attestation Commission under the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation), where basic scientific results of dissertations for the degrees of Doctor and Candidate of Science in scientific specialties and their respective branches of science should be published.

The journal publishes articles in the following fields of science:

– Theoretical Mechanics, Dynamics of Machines (Engineering Sciences)
– Deformable Solid Mechanics (Engineering, Physical and Mathematical Sciences)
– Mechanics of Liquid, Gas and Plasma (Engineering Sciences)
– Mathematical Simulation, Numerical Methods and Program Systems (Engineering Sciences)
– System Analysis, Information Management and Processing, Statistics (Engineering Sciences)
– Automation and Control of Technological Processes and Productions (Engineering Sciences)
– Software and Mathematical Support of Machines, Complexes and Computer Networks (Engineering Sciences)
– Computer Modeling and Design Automation (Engineering, Physical and Mathematical Sciences)
– Computer Science and Information Processes (Engineering Sciences)
– Machine Science (Engineering Sciences)
– Machine Friction and Wear (Engineering Sciences)
– Technology and Equipment of Mechanical and Physicotechnical Processing (Engineering Sciences)
– Engineering Technology (Engineering Sciences)
– Welding, Allied Processes and Technologies (Engineering Sciences)
– Methods and Devices for Monitoring and Diagnostics of Materials, Products, Substances and the Natural Environment (Engineering Sciences)
– Hydraulic Machines, Vacuum, Compressor Equipment, Hydraulic and Pneumatic Systems (Engineering Sciences)

Indexing and Archiving	RSCI, CyberLeninka, EBSCO, Dimensions, DOAJ, Index Copernicus, Internet Archive, Google Scholar
Name of the Body that Registered the Publication	Extract from the Register of Registered Mass Media ЭЛ № ФС 77 – 78854 dated August 07, 2020, issued by the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology and Mass Media
Founder and Publisher	Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Don State Technical University (DSTU)
Periodicity	4 issues per year
Address of the Founder and Publisher	1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation
E-mail	vestnik@donstu.ru
Telephone	+7 (863) 2–738–372
Website	http://vestnik-donstu.ru
Date of Publication	30.03.2024

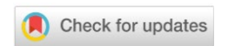


Содержание

Contents

МЕХАНИКА
MECHANICS





УДК 629.4.015, 62-752, 621.01, 62-932.4, 51-74, 534.014, 531.4

Научная статья

https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-7-22

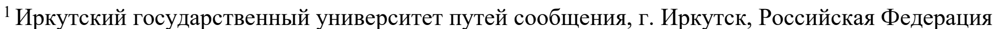
Оптимальные вибрационные поля в задачах моделирования динамических состояний технических объектов



EDN: FAKNHP



А.В. Елисеев[1,2] ✉, **Н.К. Кузнецов**[2]



[1] Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация

[2] Иркутский национальный исследовательский технический университет, г. Иркутск, Российская Федерация

✉ eavsh@ya.ru

Аннотация

Введение. Управление вибрационными взаимодействиями актуально в производственных процессах, связанных с жидкими и сыпучими средами, системами твердых тел, испытывающих кинематические или силовые возмущения. При этом нет единой методологической основы для формирования вибрационных взаимодействий. Не решены вопросы построения оптимальных вибрационных полей технических объектов. Цель исследования — развитие структурного подхода к разработке математических моделей в задачах формирования, оценки и коррекции вибрационных полей технических объектов в условиях интенсивных силовых и кинематических нагружений. Ставится задача построения вибрационных полей, оптимальных по совокупности требований, с возможностью выбора критерия оптимальности вибрационного поля технического объекта.

Материалы и методы. В качестве базовой методологии применяется структурный подход. Он основан на сопоставлении механических колебательных систем, используемых как расчетные схемы технических объектов, и структурных схем систем автоматического управления, эквивалентных в динамическом отношении. Для структурного математического моделирования использовали формализм Лагранжа, элементы операционного исчисления на основе интегральных преобразований Лапласа, разделы теорий колебаний, алгебраические методы, теорию сплайн-функций.

Результаты исследования. Предложен подход к выбору критериев оптимальности вибрационных полей на основе минимизации невязки вибрационных полей для различных необходимых условий. Проблема рассматривается в рамках механической колебательной системы, образованной твердыми телами. Показано, что оптимальное вибрационное поле определяется внешним возмущением и должно удовлетворять условию $A\bar{y} = b$. Здесь A — матрица, отображающая оператор условий на форму вибрационного поля в контрольных точках; b — вектор значений характеристик вибрационного поля; «–» над y означает амплитуду колебания установившейся компоненты координаты. Для оценки поля с учетом зашумленных или недостоверных требований к динамическим характеристикам используется параметр сглаживания, обозначающий приоритет критерия оптимальности формы вибрационного поля. Построение поля для механической колебательной системы показало, что значение амплитуд колебания обобщенных координат сохраняется постоянным при изменении частоты внешних кинематических возмущений. Рассмотрены два подхода к коррекции критериев оптимальности поля: уравнивание амплитуд колебаний координат технического объекта и выбор энергетического оператора.

Обсуждение и заключение. Развитие прикладной теории оптимальных вибрационных полей предполагает, во-первых, сопоставление оператора энергии и оператора требований к форме вибрационного поля в теории абстрактных сплайнов. Вторая пара сопоставляемых элементов — критерий оптимальности вибрационного поля и система требований к характеристикам поля в контрольных точках. Усовершенствованная таким образом структурная теория оптимальных вибрационных полей найдет применение в разных отраслях. Точные расчеты в формировании, оценке и коррекции состояний систем при вибрационном нагружении необходимы в задачах повышения долговечности конструкций, улучшения измерений в сложных колебательных системах, разработки новых технологий и материалов.

Ключевые слова: структурное математическое моделирование, механические колебательные системы, оптимальное вибрационное поле, минимизация невязки вибрационных полей

Благодарности. Авторы выражают благодарность редакции и рецензентам за внимательное отношение к статье и указанные замечания, которые позволили повысить ее качество.

Для цитирования. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К. Оптимальные вибрационные поля в задачах моделирования динамических состояний технических объектов. *Advanced Engineering Research* (*Rostov-on-Don*). 2024;24(1):7–22. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-7-22

Research article

Optimal Vibration Fields in Problems of Modeling Dynamic States of Technical Objects

Andrey V. Eliseev[1,2] ✉, **Nikolai K. Kuznetsov**[2]

[1] Irkutsk State Railway Transport Engineering University, Irkutsk, Russian Federation

[2] Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russian Federation

✉ eavsh@ya.ru

Abstract

Introduction. Vibration interaction control is timely in production processes related to liquid and bulk media, systems of solids experiencing kinematic or force disturbances. At the same time, there is no single methodological basis for the formation of vibrational interactions. The issues of constructing optimal vibration fields of technical objects have not been addressed. The objective of the study is to develop a structural approach to the development of mathematical models in the problems of formation, evaluation, and correction of vibration fields of technical objects under conditions of intense force and kinematic loads. The task is to build vibration fields that are optimal in terms of the set of requirements, with the possibility of selecting the criterion of optimality of the vibration field of a technical object.

Materials and Methods. A structural approach was used as the basic methodology. It was based on a comparison of mechanical vibratory systems used as computational schemes of technical objects, and structural schemes of automatic control systems, which are equivalent in dynamic terms. Lagrange formalism, elements of operational calculus based on Laplace integral transformations, sections of vibration theories, algebraic methods, and the theory of spline functions were used for structural mathematical modeling.

Results. An approach to the selection of criteria for the optimality of vibration fields based on minimizing the residual of vibration fields for various required conditions was proposed. The problem was considered within the framework of a mechanical vibratory system formed by solids. It was shown that the optimal vibration field was determined by an external disturbance and was to satisfy condition $A\bar{y} = b$. There, A — matrix mapping the operator of conditions to the shape of the vibration field at control points; b — vector of values of vibration field characteristics; "–" above y meant the vibration amplitude of the steady-state component of the coordinate. To evaluate the field with account for noisy or unreliable requirements for dynamic characteristics, the smoothing parameter was used, indicating the priority of the criterion of optimality of the vibration field shape. The construction of a field for a mechanical vibratory system showed that the value of the vibration amplitudes of generalized coordinates remained constant when the frequency of external kinematic disturbances changed. Two approaches to the correction of the field optimality criteria were considered: equalization of the vibration amplitudes of the coordinates of a technical object and the selection of an energy operator.

Discussion and Conclusion. The development of the applied theory of optimal vibration fields involved, firstly, the correlation of the energy operator and the operator of the requirements for the shape of the vibration field in the theory of abstract splines. The second pair of comparable elements was the criterion of optimality of the vibration field and a system of requirements for the characteristics of the field at control points. The structural theory of optimal vibration fields improved in this way will find application in various industries. Accurate calculations in the formation, assessment, and correction of the states of systems under vibration loading are required in the tasks of increasing the durability of structures, improving measurements in complex vibratory systems, and developing new technologies and materials.

Keywords: structural mathematical modeling, mechanical vibratory systems, optimal vibration field, minimizing the residual of vibration fields

Acknowledgments. The authors would like to thank the Editorial board and the reviewers for their attentive attitude to the article and for the specified comments that improved the quality of the article.

For citation. Eliseev AV, Kuznetsov NK. Optimal Vibration Fields in Problems of Modeling Dynamic States of Technical Objects. *Advanced Engineering Research* (*Rostov-on-Don*). 2024;24(1):7–22. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-7-22

Введение. Особенности вибрационных взаимодействий учитываются при создании производственных технологий [1]. Использование вибрационных методов интенсификации технологических процессов требует развития математического моделирования динамических состояний технических объектов в условиях вибрационного нагружения. В научной и прикладной литературе прорабатываются вопросы, связанные с теорией колебаний и автоматического управления, теоретической механикой и динамикой машин [2]. В частности, в динамике машин особенности вибрационных взаимодействий учитываются в двух типах задач. Первый: задачи виброизоляции и виброзащиты [3]. Второй: задачи, связанные с оценкой, формированием и коррекцией состояний технических объектов в условиях интенсивных силовых или кинематических нагружений [4]. В последнем случае обращают на себя внимание эффекты вибрационных взаимодействий, которые находят применение в таких технологических процессах, как:

– транспортировка горных пород;
– разделение сыпучих материалов на фракции;
– упрочнение поверхностей длинномерных элементов авиационных конструкций;
– пространственная ориентация деталей в процессе сборки.

Задачи виброзащиты связаны с решением проблем безопасности железнодорожного транспорта. Речь идет, в частности, о вопросах динамического состояния элементов подвески [5], шуме и вибрации [6]. Задачи оценки динамических состояний, вызванных значительными нагрузками, возникают при оценке вибрационных характеристик рельсового пути с композитными шпалами [7]. Требуют контроля вредные колебания, распространяющиеся в городской среде от движущегося состава, и а этом случае тоже необходима оценка сложных динамических состояний [8]. Аналогичные примеры связаны с отслеживанием взаимодействий тележки вагона с рельсами [9]. Динамическое состояние формируется при нарушении скользящего контакта головки пантографа с контактным проводом [10]. В данном контексте следует упомянуть и задачи анализа реакции рельса на вертикальные воздействия со стороны движущегося транспортного средства [11].

Еще одна обширная группа задач, требующих оценки динамических состояний элементов, — вибрационные процессы технологических машин [12]. Так, динамическое состояние машин вибрационного грохочения зависит от формирования динамических состояний нескольких корпусов, которые можно рассматривать как твердые тела с учетом характера упругих связей между ними [13]. Существенный фактор, определяющий динамические состояния объектов технологического назначения, — частота колебаний [14]. Отдельно необходимо упомянуть вибрационные транспортные машины, динамическое состояние которых определяет особенности движений [15].

Стоит отметить результат обобщения задач оценки, формирования и коррекции динамических состояний технических объектов в условиях интенсивных нагружений. Данный подход открыл возможность уточнить представления о том, как распределения амплитуд колебаний координат контрольных точек зависят от связности внешних возмущений.

Параметры внешних вибрационных возмущений определяют возможности реализации динамических эффектов, которые могут действовать разнонаправленно:

– представлять опасность для функционирования технических объектов;
– повышать производительность технологических процессов.

Пример негативного эффекта — превышение допустимых значений амплитуд колебаний. Полезные эффекты: существенное уменьшение амплитуд колебаний координат и установление определенного распределения амплитуд.

В задачах вибрационного упрочнения длинномерных деталей под динамическими эффектами можно понимать совпадение форм колебаний контрольных точек рабочих органов вибрационных технологических машин. Это обеспечивает одномерность и однородность вибрационного поля, что согласуется с требованиями к динамическому качеству взаимодействий рабочей среды и поверхности упрочняемой детали. Необходимую форму движения рабочего органа можно выразить с помощью условий равенства амплитуд колебаний контрольных точек. Для исследования понятия вибрационного поля обобщается понятие динамического состояния в точке — одновременно рассматривается совокупность точек, распределенных по некоторому многообразию точек твердого тела или системы твердых тел [16].

В задачах вибрационных взаимодействий можно отобразить ряд динамических эффектов с помощью рычажных, упругих, межпарциальных неудерживающих связей. Все они — факторы специфических динамических эффектов, которые проявляются под воздействием внешних возмущений особенной конфигурации. Для определения таких конфигураций внешних возмущений, обеспечивающих динамические эффекты, предполагается разработка методологической базы, позволяющей строить математические модели вибрационных полей с учетом системы требований к особенностям взаимодействий элементов системы.

Предполагаемая методологическая база должна обладать:

– эффективным математическим аппаратом;

– инструментом наглядного отображения структурных особенностей;

– возможностями построения динамических аналогий для обобщения разработанных методов на широкий класс физических процессов.

Материалы и методы. Методологической базой может служить структурный подход, основанный на сопоставлении механических колебательных систем и систем автоматического управления [17]. В этом случае механическая колебательная система рассматривается как расчетная схема технического объекта. Ее сопоставляют со структурной схемой эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления. Установленное соответствие позволяет анализировать и оценивать динамические характеристики технических объектов с учетом представлений об установившихся формах колебаний механической системы на основе аппарата теории автоматического управления [18]. У технологии структурного математического моделирования есть особенности, связанные с оценкой динамических состояний. Для нее используют передаточные функции структурных схем. Входные сигналы для названных функций — внешние возмущения, выходные — колебания координат оцениваемого объекта. Каждую координату системы можно соотнести с показателем амплитуды установившегося колебания. Это позволяет рассматривать распределение амплитуд по точкам системы как вибрационное поле технического объекта. Построение вибрационного поля с учетом ряда требований относится к классу обратных задач динамики, которые в общем случае могут быть некорректными. Один из методов решения некорректных задач связан с регуляризацией исходной задачи путем введения критериев оптимальности.

Перечисленные особенности оценки динамических состояний технических объектов указывают на необходимость разработки общего подхода в методологии построения вибрационных полей с учетом критериев оптимальности. Вместе с тем методология формирования, оценки и коррекции вибрационных полей с заданными характеристиками недостаточно детализирована. В частности, не предусмотрена возможность строить вибрационные поля по критериям оптимальности.

Представленная работа посвящена развитию методологии структурного математического моделирования. Для этого решается класс частных задач построения вибрационных полей технических объектов с условиями по амплитудам колебаний, которые отображают требования к динамическим эффектам и учитывают критерии оптимальности.

Основные положения. Постановка задачи. Рассматривается модельная механическая колебательная система, образованная совокупностью твердых тел в условиях вибрационного нагружения кинематической природы. Модельная система (рис. 1) имеет 5 степеней свободы, состоит из 4 звеньев в виде твердотельных стержней с массами M_i, моментами инерции J_i, центрами тяжести в точке O_i, отстоящих от крайних точек A_i и A_{i+1} на расстояния l_{1i} и l_{2i}, где $i = 1...4$.

Твердые тела в виде стержней сочленены между собой в крайних точках — это места крепления упругих элементов, установленных на опорных поверхностях, совершающих синфазные гармонические колебания (рис. 1).

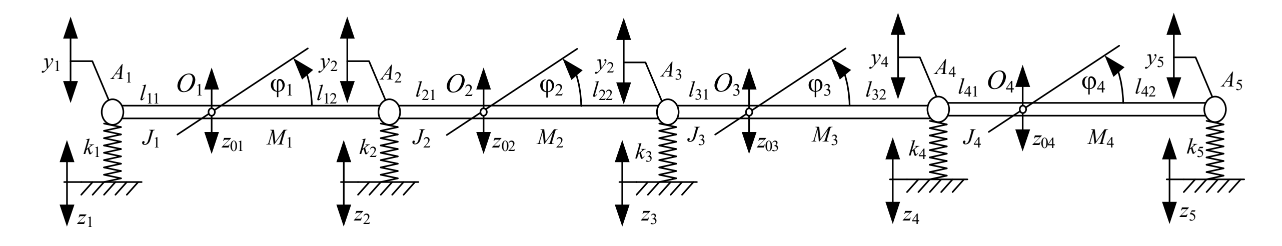


Рис. 1. Механическая колебательная система, образованная твердыми телами A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_5: A — точки сочленения твердых тел; O_i — центры тяжести; z_i — опорные поверхности; J_i — моменты инерции

Под воздействием внешних кинематических возмущений z_i со стороны опорных поверхностей система совершает малые установившиеся колебания относительно положения статического равновесия. Внешние кинематические возмущения представляют собой связные синфазные колебания:

$$z_i = z_g \gamma_i. \quad (1)$$

Здесь z_g — гармоническое возмущение вида $Asin(\omega t)$, где ω — частота и γ_i — коэффициенты связности внешних возмущений; $i = 1...5$. В общем случае коэффициенты связности (1) — это внешние возмущения определенной структуры.

Необходимые динамические эффекты обеспечиваются совокупностью модельных условий, а именно: амплитуды колебаний координат контрольных точек технического объекта принимают фиксированные значения вне зависимости от частоты внешних возмущений.

Задача — определить для механической колебательной системы такие внешние кинематические возмущения, чтобы соответствующее вибрационное поле в контрольных точках удовлетворяло заданной совокупности условий в виде фиксированных амплитуд колебаний.

Результаты исследования

Математическая модель. Для составления системы дифференциальных уравнений рассматриваются координаты $\{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5\}$ смещений точки A_i, $i = 1...5$ относительно положений статического равновесия. Наравне с координатами $\{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5\}$ рассматриваются:

– координаты $\{z_{01}, z_{02}, z_{03}, z_{04}, z_{05}\}$, отображающие смещения центров тяжести O_i стержней относительно положений статического равновесия;

– координаты $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5\}$ малых углов поворота вокруг центров тяжести.

Координаты z_{0i}, φ_i, y_i связаны между собой выражениями:

$$\begin{cases} z_{0i} = a_i y_i + b_i y_{i+1} \\ \varphi_i = c_i (y_{i+1} - y_i) \end{cases}, \tag{2}$$

здесь $a_i = \dfrac{l_{i2}}{l_{i1} + l_{i2}}, b_i = \dfrac{l_{i1}}{l_{i1} + l_{i2}}, c_i = \dfrac{1}{l_{i1} + l_{i2}}$.

Математическая модель в виде дифференциальных уравнений Лагранжа 2-го рода строится на основе выражений для потенциальной и кинематической энергии. Их можно представить в матричном виде с помощью скалярного произведения $\langle,\rangle$ векторов в R^n:

$$\Pi = \frac{1}{2}\left\langle K(\vec{y} - \vec{z}), (\vec{y} - \vec{z})\right\rangle, T = \frac{1}{2}\left\langle M\dot{\vec{z}}_0, \dot{\vec{z}}_0\right\rangle + \frac{1}{2}\left\langle J\dot{\vec{\varphi}}, \dot{\vec{\varphi}}\right\rangle, \tag{3}$$

здесь $\dot{\vec{z}}_0, \dot{\vec{\varphi}}$ — производные координат $\dot{\vec{z}}_0, \dot{\vec{\varphi}}$.

$$K = \begin{pmatrix} k_1 & & & 0 \\ & k_2 & & \\ & & k_3 & \\ 0 & & & k_4 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} J_1 & & & 0 \\ & J_2 & & \\ & & J_3 & \\ 0 & & & J_4 \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} M_1 & & & 0 \\ & M_2 & & \\ & & M_3 & \\ 0 & & & M_4 \end{pmatrix},$$

$$\vec{\varphi} = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \end{pmatrix}, \vec{z}_0 = \begin{pmatrix} z_{01} \\ z_{02} \\ z_{03} \\ z_{04} \end{pmatrix}, \vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \end{pmatrix}, \vec{z} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \end{pmatrix}.$$

Векторы $\vec{z}_0 \in R^4$, $\vec{\varphi} \in R^4$, $\vec{y} \in R^5$ с учетом (2) связаны между собой соотношениями:

$$\vec{z}_0 = U\vec{y}, \vec{\varphi} = V\vec{y}. \tag{4}$$

Здесь $U = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & & & 0 \\ & a_2 & b_2 & & \\ & & a_3 & b_3 & \\ 0 & & & a_4 & b_4 \end{pmatrix}, V = \begin{pmatrix} -c_1 & c_1 & & & 0 \\ & -c_2 & c_2 & & \\ & & -c_3 & c_3 & \\ 0 & & & -c_4 & c_4 \end{pmatrix}.$

В координатах $\{y_i\}$ кинетическая энергия (3) принимает вид:

$$T = \frac{1}{2}\left\langle \left(U^T MU + V^T JV\right)\dot{\vec{y}}, \dot{\vec{y}}\right\rangle. \tag{5}$$

С учетом выражений (2)–(5) уравнения Лагранжа 2-го рода принимают вид:

$$\left(U^T MU + V^T JV\right)\ddot{\vec{y}} + K\vec{y} = K\vec{z}. \tag{6}$$

Предполагается, что начальные условия — нулевые. В этом случае интегральные преобразования Лапласа приводят (6) к системе алгебраических уравнений:

$$\left(M_0 p^2 + K\right)\overline{y} = K\overline{z}, \tag{7}$$

где $M_0 = U^T MU + V^T JV$ — матрица системы, знак «–» над векторами y и z обозначает преображение по Лапласу [19].

С помощью методов [18] алгебраическую систему (7) можно представить в виде структурной схемы эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления (рис. 2).

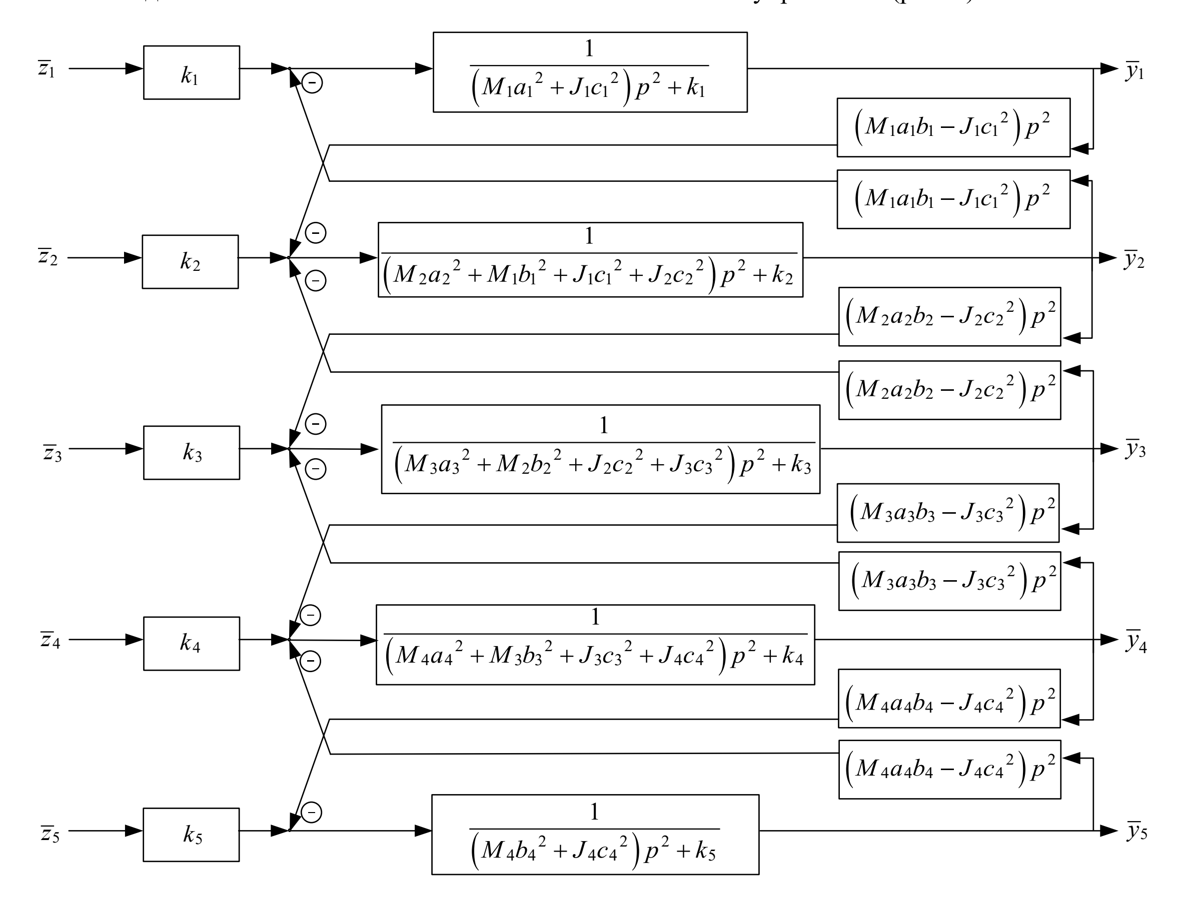


Рис. 2. Структурная схема механической колебательной системы (рис. 1): $p=j\omega$, $j=\sqrt{-1}$

На основе структурной схемы для фиксированного набора коэффициентов связности γ_i можно построить передаточные функции. Они определяются выбором объекта, динамическое состояние которого оценивается по выражениям:

$$W_1(p)=\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_g},W_2(p)=\frac{\bar{y}_2}{\bar{z}_g},W_3(p)=\frac{\bar{y}_3}{\bar{z}_g},W_4(p)=\frac{\bar{y}_4}{\bar{z}_g},W_5(p)=\frac{\bar{y}_5}{\bar{z}_g}. \quad (8)$$

Амплитудно-частотные характеристики передаточных функций (8) в физическом смысле рассмотрим как рычажные связи, представляющие собой отношения амплитуд колебаний координат $\{y_i\}$ к амплитуде колебаний внешнего кинематического возмущения $\{z_g\}$.

В рамках рычажной интерпретации положительные ветви амплитудно-частотной характеристики отображают рычажные связи 1-го рода (реализуются двуплечими рычагами). Отрицательные ветви отображают рычажные связи 2-го рода (реализуются двуплечими рычагами). Режимы резонанса и динамического гашения колебаний отображают вырожденные рычажные связи, которые можно представить условными виртуальными рычагами с нулевыми или бесконечными плечами.

Выбор структуры внешних кинематических возмущений путем задания коэффициентов связности $\{\gamma_i\}$ однозначно определяет амплитуды колебаний координат системы. Вместе с тем требования, предъявленные к амплитудам колебаний, могут:

– предполагать неоднозначность решения;

– прямо противоречить друг другу;

– допускать лишь частичное соблюдение из-за больших погрешностей.

В таких ситуациях необходимы критерии выбора внешних возмущений, которые однозначно определят вибрационное поле по совокупности требований. Логичный для этой задачи подход основан на том, что внешние кинематические возмущения, обеспечивающие необходимые условия, можно определить по критерию оптимальности вибрационных полей. Суть данного критерия: амплитуды колебаний технического объекта подбираются таким образом, что доставляют минимум определенному энергетическому функционалу [20].

Формирование вибрационных полей механических колебательных систем на основе критерия оптимальности. В рамках модельной задачи предполагается, что в точках A_{i1}, $A_{i2}\ldots A_{ik}$ вибрационного поля $\{y_i\}$, $i = 1\ldots n$ механической колебательной системы задано определенное условие. Оно заключается в том, что амплитуды $\{y_{ik}\}$, $k = 1\ldots m$ принимают фиксированные значения $\{y_{01}\ldots y_{0m}\}$:

$$\overline{y}_{ik} = y_{0k}. \tag{9}$$

Здесь $k = 1\ldots m$, где m отображает количество точек, в которых заданы условия на амплитуды. В этом случае и далее по тексту знак «–» над y или z означает амплитуду колебания установившейся компоненты координаты, если не оговорено иное. В остальных точках $\{y_i,\ i = 1\ldots n\}/\{y_{ik},\ k = 1\ldots m\}$ не заданы требования к значениям вибрационного поля.

Необходимые требования (9) можно представить в виде:

$$A\overline{y} = b, \tag{10}$$

где A — матрица, отображающая оператор условий на форму вибрационного поля в контрольных точках; b — вектор значений характеристик вибрационного поля [20].

В общем случае условия для вибрационного поля (10) могут быть неопределенными или несовместными. Для рационального учета несовместных или неопределенных требований к вибрационному полю вводится критерий его оптимальности и допущение, что совокупность требований может быть выполнена с некоторым приближением.

Под значениями $\overline{y}_1, \overline{y}_2 \ldots \overline{y}_n$ понимаются амплитуды колебаний установившихся компонент, поэтому для каждой фиксированной частоты ω внешних возмущений z можно поставить вариационную задачу построения оптимального вибрационного поля, которое:

– доставляет минимум энергетическому функционалу;

– отображает представления о формах колебания или о значениях потенциальной или кинетической энергии.

В общем случае энергетический функционал определяет особенности распределения амплитуд динамических характеристик по точкам механической колебательной системы.

В рамках рассматриваемой модельной задачи энергетический функционал, заданный оператором T_e, отображает неравномерность вибрационного поля. Ее показатель — сумма квадратов разностей отклонений амплитуд колебаний соседних точек:

$$T_e(\overline{y}) = \sum_{i=1}^{n-1}(\overline{y}_{i+1} - \overline{y}_i)^2. \tag{11}$$

Нулевое значение энергетического функционала (11) определяет равномерное вибрационное поле, амплитуды колебаний точек которого равны между собой. Минимизация энергетического функционала с учетом заданных условий на амплитуды колебаний в контрольных точках (10) определяет форму вибрационного поля, экстремально близкую к равномерной.

Примем во внимание ряд условий:

– фиксированная частота внешних возмущений ω;

– вибрационное поле оптимально в смысле критерия, заданного энергетическим функционалом;

– амплитуды вибрационного поля в контрольных точках удовлетворяют условиям (10).

В этом случае формальную постановку задачи построения вибрационного поля можно представить в виде:

$$y_\sigma(\omega) = arg \min_{A\overline{y}=b,\,\overline{y}=\left(-M_0\omega^2+K\right)^{-1}K\overline{z}} T_e(\overline{y}), \tag{12}$$

где $\overline{y}$ — вибрационное поле, заданное внешними кинематическими возмущениями $\overline{z}$, которые рассматриваются как независимые вариационные параметры.

Для фиксированной частоты ω вибрационное поле $y_\sigma(\omega)$, точно удовлетворяющее совокупности требований, формально находится как решение (12) условной минимизации квадратичной функции (11) с учетом линейных условий (10):

$$L(\overline{y}, \Lambda) = \left\langle T_{e0}\overline{y}, \overline{y}\right\rangle + \left\langle A\overline{y} - b, \Lambda\right\rangle \to \min_{\Lambda,\,\overline{y}=\left(M_0p^2+K\right)^{-1}K\overline{z}}. \tag{13}$$

Здесь $\overline{y}$ — вибрационное поле, определяемое внешним кинематическим возмущением; $\Lambda = (\lambda_1\ldots\lambda_m)$ — коэффициенты Лагранжа. Минимизация в задаче (13) идет по параметрам $\overline{z}$ внешних возмущений. Для фиксированных значений $\overline{z}$ амплитуд внешних возмущений создаваемое вибрационное поле $\overline{y}$ является решением задачи:

$$\left(-M_0\omega^2 + K\right)\overline{y} = K\overline{z}, \tag{14}$$

где $M_0 = U^TMU + V^TJV$ — матрица системы.

Вибрационное поле $\overline{y}$, точно удовлетворяющее заданным значениям (10), можно определить на основе решения задачи условного минимума с помощью функции Лагранжа:

$$L(\overline{z},\Lambda)=\left\langle T_{e0}\left(M_0p^2+K\right)^{-1}K\overline{z},\left(M_0p^2+K\right)^{-1}K\overline{z}\right\rangle+\left\langle A\left(M_0p^2+K\right)^{-1}K\overline{z}-b,\Lambda\right\rangle\to\min_{\Lambda,\overline{z}}, \qquad (15)$$

где $\overline{z}$ — вектор амплитуд колебаний внешних кинематических возмущений; T_{e0} — матрица, определяющая квадратичную форму энергетического функционала (11).

Внешние возмущения $\overline{z}_\sigma$, формирующие необходимое вибрационное поле, множители Лагранжа Λ находятся решением системы:

$$\begin{pmatrix} K^T\left(\left(-M_0\omega^2+K\right)^{-1}\right)^T T_{e0}\left(-M_0\omega^2+K\right)^{-1}K & \left(A\left(-M_0\omega^2+K\right)^{-1}K\right)^T \\ A\left(-M_0\omega^2+K\right)^{-1}K & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\overline{z}\\ \Lambda\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ b\end{pmatrix}. \qquad (16)$$

Итак, z_σ — это решение задачи условной минимизации (15), (16). Оптимальное вибрационное поле y_σ определяется внешним возмущением z_σ и имеет вид:

$$y_\sigma=\left(-M_0\omega^2+K\right)^{-1}Kz_\sigma. \qquad (17)$$

Здесь y_σ можно назвать интерполирующим вибрационным полем, так как при условии совместности (16), оно точно удовлетворяет требованиям (10). С учетом зависимости от частоты ω, совместность и определенность системы (16) характеризуется в рамках теорем существования и единственности решений систем уравнений теории сплайнов [20]. При условии совместности и определенности системы (16) и (17), оптимальное вибрационное поле y_σ точно удовлетворяет совокупности условий (10).

Необходимые условия (10) могут содержать зашумления, ошибки или быть противоречивыми. С учетом противоречивых или недостоверных требований, вибрационное поле можно построить с помощью решения задачи сглаживания. Ее результат — оптимальное вибрационное поле, удовлетворяющее условиям, отличным от исходных требований, но близких к ним.

Оценка вибрационного поля с учетом зашумленных или недостоверных требований к динамическим характеристикам. Вибрационное поле $y_\sigma(\omega)$ (17), удовлетворяющее условиям (10), может быть аппроксимировано с помощью вибрационного поля $y_\alpha(\omega)$ с учетом недостоверности или противоречивости необходимых требований (10):

$$y_\alpha(\omega)=\arg\min_{\overline{y}=\left(-M_0\omega^2+K\right)^{-1}K\overline{z}}\left(\alpha T_e(\overline{y})+\sum_{k=1}^{m}(\overline{y}_{ik}-y_{0k})^2\right). \qquad (18)$$

Здесь $T_e\overline{y}$ — оператор, отображающий критерий оптимальности формы вибрационного поля; α — параметр сглаживания, обозначающий приоритет критерия оптимальности формы вибрационного поля по отношению к требованиям выполнения условий (10).

В выражении (18) $\overline{z}$ рассматривается как независимая переменная. Вибрационное поле $y_\alpha(\omega)$ можно назвать сглаживающим, так как оно приближенно удовлетворяет системе необходимых требований.

Вибрационное поле y_α определяется системой уравнений, полученной путем минимизации функции Лагранжа:

$$L_\alpha(\overline{y}(\overline{z}))=\alpha\left\langle T_{e0}\overline{y},\overline{y}\right\rangle+\left\|A\overline{y}-b\right\|^2\to\min_{\overline{z}}. \qquad (19)$$

Здесь $\overline{y}\left(\overline{z}\right)$ является вибрационным полем, формируемым внешним кинематическим возмущением $\overline{z}$:

$$\left(-M_0\omega^2+K\right)\overline{y}=K\overline{z}. \qquad (20)$$

Сделаем замену на основе (20):

$$\overline{y}=\left(-M_0\omega^2+K\right)^{-1}K\overline{z}. \qquad (21)$$

Теперь функция Лагранжа (19) с учетом (20) и (21) приводится к виду:

$$L_\alpha(\overline{z})=\alpha\left\langle T_{e0}\left(-M_0\omega^2+K\right)^{-1}K\overline{z},\left(-M_0\omega^2+K\right)^{-1}K\overline{z}\right\rangle+\left\|A\left(-M_0\omega^2+K\right)^{-1}K\overline{z}-b\right\|^2\to\min_{\overline{z}}, \qquad (22)$$

где $\|\cdot\|=\sqrt{\langle\cdot,\cdot\rangle}$ — длина вектора в R^n, выраженная через скалярное произведение $\langle\cdot,\cdot\rangle$.

Рассмотрим внешние кинематические возмущения z_α. Они формируют оптимальное вибрационное поле y_α, которое сглаживает заданные условия (10) и является решением задачи минимизации (22). Такие возмущения определяются системой:

$$K^T\left(\left(-M_0\omega^2+K\right)^{-1}\right)^T\left(\alpha T_{e0}+A^TA\right)\left(-M_0\omega^2+K\right)^{-1}Kz_\alpha=K^T\left(\left(-M_0\omega^2+K\right)^{-1}\right)^TA^Tb. \quad (23)$$

После упрощений системы (23) искомые амплитуды кинематических возмущений z_α определяются выражением:

$$z_\alpha=K^{-1}\left(M_0p^2+K\right)\left(\alpha T_0+A^TA\right)^{-1}A^Tb. \quad (24)$$

Как показано выше, внешние возмущения z_α (24) — это решение задачи (23) с учетом выбора параметра сглаживания α. Эти возмущения обеспечивают построение вибрационного поля y_α, которое приблизительно удовлетворяет совокупности требований (10) с учетом возможной несовместности или недостоверности:

$$y_\alpha=\left(M_0p^2+K\right)^{-1}Kz_\alpha. \quad (25)$$

Вид вибрационного поля y_α (25) явно не зависит от частот внешних возмущений ω:

$$\overline{y}_\alpha=\left(\alpha T_{e0}+A^TA\right)^{-1}A^Tb. \quad (26)$$

Внешнее возмущение z_α, обеспечивающее построение оптимального сглаживающего вибрационного поля y_α (24), можно использовать для построения интерполяционного вибрационного поля y_σ по мере $\alpha\to 0$. Выбор параметра сглаживания α определяется из условий малости невязки:

$$\varphi(\alpha)=\left\|Ay_\alpha-b\right\|^2, \quad (27)$$

где $y_\alpha=\left(-M_0\omega^2+K\right)^{-1}Kz_\alpha$, z_α — кинематическое возмущение (27).

Необходимо отметить, что вибрационное поле y_α зависит от частоты ω неявно, через параметр сглаживания $\alpha=\alpha(\omega)$, выбор которого определяется частотой внешнего возмущения ω и значением невязки (27).

Построение вибрационного поля для механической колебательной системы. Вычислительный эксперимент. Пусть параметры механической колебательной системы (рис. 1) заданы жесткостями k_i, массами M_i, моментами инерции J_i и геометрическими характеристиками l_{1i}, l_{2i} (таблица 1).

Таблица 1

Параметры модельной механической колебательной системы

№	M, кг	J, кг·м^2	k, Н/м	l_1, м	l_2, м
1	100	10	1000	1	1
2	200	20	2000	1	1
3	300	30	3000	1	1
4	400	40	4000	1	1

В качестве требований к амплитудам вибрационного поля заданы условия на значения в точках A_i (таблица 2).

Таблица 2

Амплитуды колебаний в точках вибрационного поля (y, м)

Значения	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
Необходимые	0,002	–	–	–	0,005
Сглаженные	0,002	0,0027	0,0035	0,0043	0,005

В качестве энергетического функционала используется выражение (11), которое можно представить с помощью оператора T_e:

$$T_e:\begin{pmatrix}\overline{y}_1\\ \overline{y}_2\\ \overline{y}_3\\ \overline{y}_4\\ \overline{y}_5\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\overline{y}_2-\overline{y}_1\\ \overline{y}_3-\overline{y}_2\\ \overline{y}_4-\overline{y}_3\\ \overline{y}_5-\overline{y}_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1 & & & 0\\ & 1 & -1 & & \\ & & 1 & -1 & \\ 0 & & & 1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\overline{y}_1\\ \overline{y}_2\\ \overline{y}_3\\ \overline{y}_4\\ \overline{y}_5\end{pmatrix}.$$

Выражение $\langle T_e\bar{y}, T_e\bar{y}\rangle$ можно представить в виде:

$$\langle T_e\bar{y}, T_e\bar{y}\rangle = \langle T_e^T T_e\bar{y}, \bar{y}\rangle = \langle T_{e0}\bar{y}, \bar{y}\rangle = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & -1 & & & 0 \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & -1 & 2 & -1 & \\ & & -1 & 2 & -1 \\ 0 & & & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \bar{y}_3 \\ \bar{y}_4 \\ \bar{y}_5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \bar{y}_3 \\ \bar{y}_4 \\ \bar{y}_5 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Здесь T_{e0} — матрица, определяющая квадратичную форму. Значение оператора $T_e\bar{y}$ равно нулю на равномерном вибрационном поле $\bar{y} = const$. Амплитуды колебаний точек этого поля равны между собой для внешнего кинематического возмущения на произвольной частоте.

Зададим условия (10) на вибрационное поле. Для этого можно использовать оператор данных A_{15}, который сопоставляет вибрационному полю y значения амплитуд в точках A_1, A_5:

$$A_{15} : \begin{pmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \bar{y}_3 \\ \bar{y}_4 \\ \bar{y}_5 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \bar{y}_3 \\ \bar{y}_4 \\ \bar{y}_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_5 \end{pmatrix}.$$

Вибрационное поле, интерполирующее заданные значения в точках A_1, A_5 (таблица 2), можно аппроксимировать с помощью сглаживающего вибрационного поля $\bar{y}_\alpha$ для параметра сглаживания $\alpha = 0{,}01$. Найдем разницу между значениями вибрационного поля и требуемыми значениями для выбранного коэффициента сглаживания α. Она определяется функцией невязки (27), значение которой составляет приблизительно 0,00001 м, где $b = (0{,}002; 0{,}005)^T$. Построенное вибрационное поле, сглаживающее интерполяционные условия, имеет линейную форму (таблица 2). Для фиксированного параметра сглаживания $\alpha = 0{,}01$ совокупность амплитуд колебаний точек вибрационного поля y_α, обеспечивающего близость к интерполируемым данным с невязкой $\varphi(\alpha) = 0{,}00001$ м (таблица 2), имеет вид постоянных функций частоты внешнего возмущения ω (рис. 3 *а*).

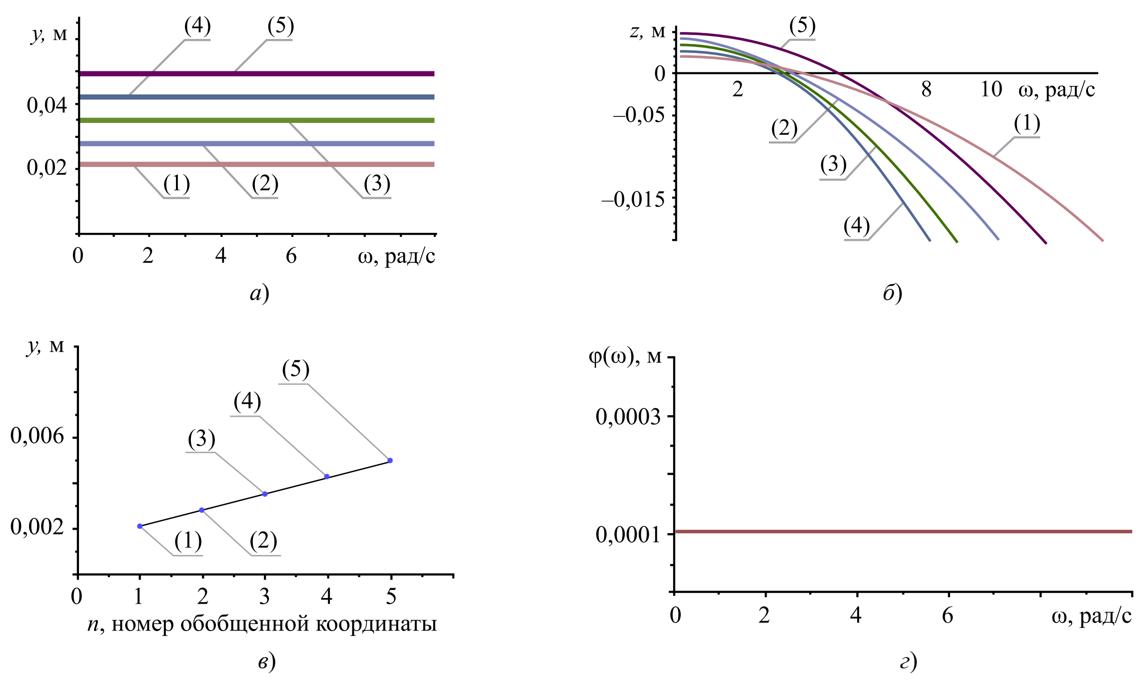


Рис. 3. Характеристики вибрационного поля: *а* — значения амплитуд колебаний сглаживающего вибрационного поля для частот внешних возмущений на интервале ω ∈ (0,100) рад/с; *б* — амплитуды внешних кинематических возмущений, обеспечивающие требуемые амплитуды колебаний в зависимости от частоты возмущений ω; *в* — форма вибрационного поля для частот на интервале ω ∈ (0...100); (1), (5) — требуемые значения вибрационного поля; (2), (3), (4) — значения, построенные на основе энергетического подхода; *г* — отклонение φ (ω) вибрационного поля от необходимых значений амплитуд в фиксированных точках технического объекта для постоянного коэффициента сглаживания α = 0,1

Значение амплитуд колебаний обобщенных координат в данном случае сохраняется постоянным при изменении частоты внешних кинематических возмущений z_α. Эти возмущения, необходимые для обеспечения требуемых амплитуд в фиксированных точках вибрационного поля, существенно зависят от частоты ω внешних возмущений (рис. 3 *б*).

Опишем вибрационное поле для фиксированной частоты или частотного интервала, на котором оно остается неизменным. Его можно представить графиком функции, зависящей от номера обобщенной координаты или координаты точки системы, в которой оценивается вибрационное поле. Форма вибрационного поля определяется критерием оптимальности. В частности, энергетический функционал T_{e0}, определяющий критерий оптимальности, формирует линейную форму вибрационного поля (рис. 3 *в*). Необходимо отметить, что «интерполяционное» вибрационное поле строится с помощью «сглаживающего» вибрационного поля, соответствующего параметру сглаживания α. Отклонение «сглаживающего» вибрационного поля должно быть незначительно. В рассматриваемом модельном примере для $\alpha = 0{,}1$ величина отклонения сглаживающего вибрационного поля представляется константой φ (α) = 0,0001 м (рис. 3 *г*). Необходимо отметить, что в общем случае энергетического функционала значение коэффициента сглаживания α, обеспечивающего фиксированный уровень невязки $\varphi(\alpha) = \varphi^*$, зависит от частоты ω и системы требований.

Таким образом, варианты формирования динамических состояний механических колебательных систем в виде вибрационного поля, удовлетворяющего системе условий, зависят от:

– энергетического функционала, отражающего особенности вибрационного поля;

– оператора, отображающего совокупность требований к вибрационному полю.

Возможны и другие варианты формирования вибрационного поля на основе выбора энергетического оператора.

Коррекция критериев оптимальности формообразования вибрационных полей с помощью весовых коэффициентов энергетических операторов. Выше рассмотрена форма вибрационного поля с возможностью уравнивания амплитуд колебаний координат технического объекта. Есть и другие подходы к минимизации амплитуд обобщенных координат, например, с помощью выбора энергетического оператора T_E в виде тождественного отображения:

$$T_E : \overline{y} \to E\overline{y},$$

где E — тождественный оператор.

Формирование вибрационного поля на основе энергетического оператора T_E связано с минимизацией или обнулением квадратичной функции амплитуд синфазных гармонических колебаний фиксированной частоты. В результате решения задачи сглаживания для энергетического функционала, соответствующего единичному оператору T_E, формируется вибрационное поле. Амплитуды его колебания в точках A_2, A_3, A_4 равны нулю (рис. 4 *а*), т. е. в точках A_2, A_3 и A_4 реализуется режим динамического гашения колебаний.

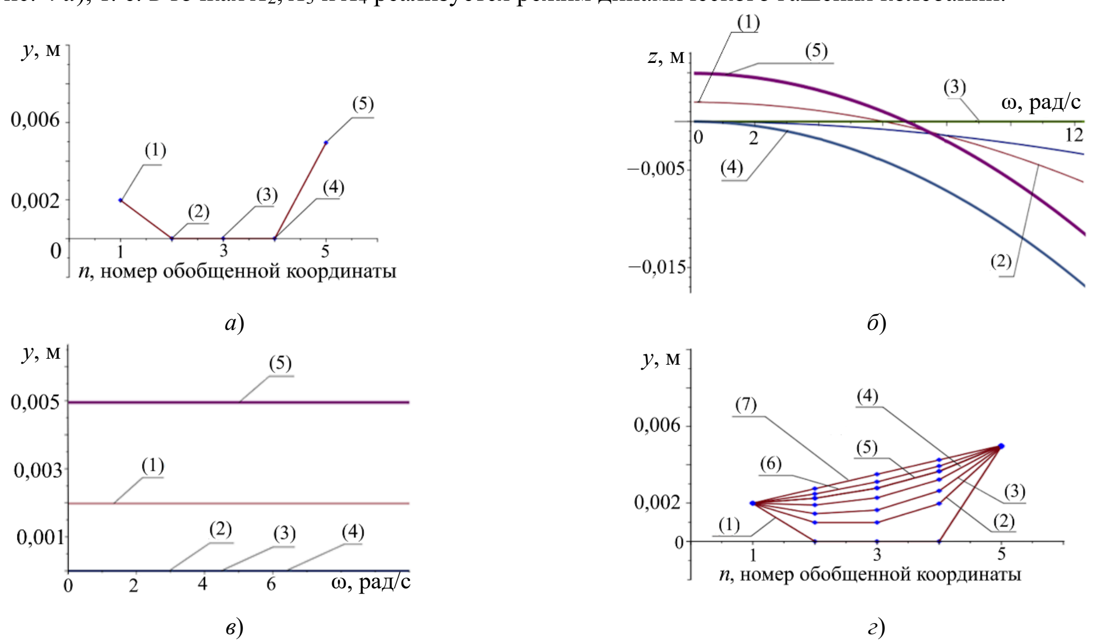


Рис. 4. Возможности коррекции вибрационного поля: *а* — форма вибрационного поля для энергетического функционала отображает минимально возможные амплитуды колебаний с учетом необходимых требований; *б* — амплитуды внешних кинематических возмущений z_i, обеспечивающих необходимые требования к динамическим особенностям вибрационного поля; *в* — амплитуды колебаний вибрационного поля технического объекта в зависимости от частоты внешнего возмущения; *г* — варианты вибрационных полей в зависимости от весового коэффициента энергетического оператора T_β

Механика

Совокупность внешних возмущений кинематического характера — это решение задачи минимизации энергетического функционала, в общем случае заданного на динамических состояниях механических колебательных систем с учетом требований к амплитудам колебаний в фиксированных точках вибрационного поля (рис. 4 *б*).

Особенность вынужденных кинематических возмущений, обеспечивающих требуемую форму вибрационного поля, — возрастание амплитуды колебаний по мере роста частоты возмущений (рис. 4 *в*). Внешние кинематические возмущения z обеспечивают на различных частотах ω фиксированное вибрационное поле технического объекта (рис. 4 *г*). Параметр сглаживания $\alpha = 0{,}01$ обеспечивает величину абсолютного отклонения от требуемых значений на уровне $\varphi(\alpha) = 0{,}000053$. Это показывает, что совокупность амплитуд колебаний в остальных точках вибрационного поля определяет особенности энергетического оператора на основе необходимых значений амплитуд вибрационного поля в фиксированных точках механической колебательной системы. В частности, оператор T_e направлен на формирование равномерного вибрационного поля, а оператор T_E — на обнуление вибрационного поля.

Можно использовать весовые коэффициенты, отображающие комбинацию критериев оптимальности. Это позволит совместить:

– требования по сближению амплитуд колебаний точек вибрационных полей;

– требования, направленные на обнуление амплитуд колебаний точек вибрационного поля.

Варьирование весовых коэффициентов, определяющих комбинацию оптимальных критериев формирования вибрационного поля, фактически является способом коррекции вибрационного поля.

Построим семейство форм вибрационных полей технического объекта, удовлетворяющих определенным условиям. С этой целью используем комбинированный критерий оптимальности, реализуемый с помощью взвешенной суммы энергетических функционалов с учетом весового коэффициента:

$$\left\|T_\beta \bar{y}\right\|^2 = \left\|T_e \bar{y}\right\|^2 + \beta \left\|T_E \bar{y}\right\|^2 . \qquad (28)$$

Здесь β — весовой коэффициент, определяющий комбинацию критерия оптимальности на основе малости амплитуд и критерия на основе однородности амплитуд вибрационных полей. Варьирование весового коэффициента β приводит к построению семейства вибрационных полей. Критерий их оптимальности имеет сложную структуру, учитывающую разницы и абсолютные значения амплитуд колебаний точек вибрационного поля. Выбор совокупности весовых коэффициентов определяет соответствующие формы вибрационных полей, которые реализуются под воздействием внешних возмущений, являющихся решением вариационной задачи [20].

На основе совокупности весовых коэффициентов β можно построить оптимальные вибрационные поля, с достаточной точностью удовлетворяющие требованиям к амплитудам колебаний в фиксированных точках (таблица 3).

Таблица 3

Формы оптимальных вибрационных полей для весовых коэффициентов энергетического функционала

№	β	α	Невязка φ(α), м	Частота ω, рад/с	y_1, м	y_2, м	y_3, м	y_4, м	y_5, м
1	1	0,01	0,0000841	10	0,0019704	0,0009850	0,0009845	0,0019686	0,0049213
2	0,5	0,01	0,0000503	10	0,0019847	0,0014467	0,0016322	0,0026337	0,0049521
3	0,25	0,01	0,0000305	10	0,0019940	0,0018969	0,0022740	0,0032196	0,0049701
4	0,125	0,001	0,0000195	10	0,0020000	0,0022503	0,0027818	0,0036611	0,0049980
5	0,0625	0,001	0,0000014	10	0,0020004	0,0024754	0,0031053	0,0039292	0,0049986

Комбинирование оптимальных критериев формирования вибрационных полей — это способ коррекции динамических состояний технического объекта (рис. 4 *г*). Отметим, что найденные кинематические возмущения z_i, рассматриваемые как функции частоты ω, имеют по одному нулю (рис. 5 *е*).

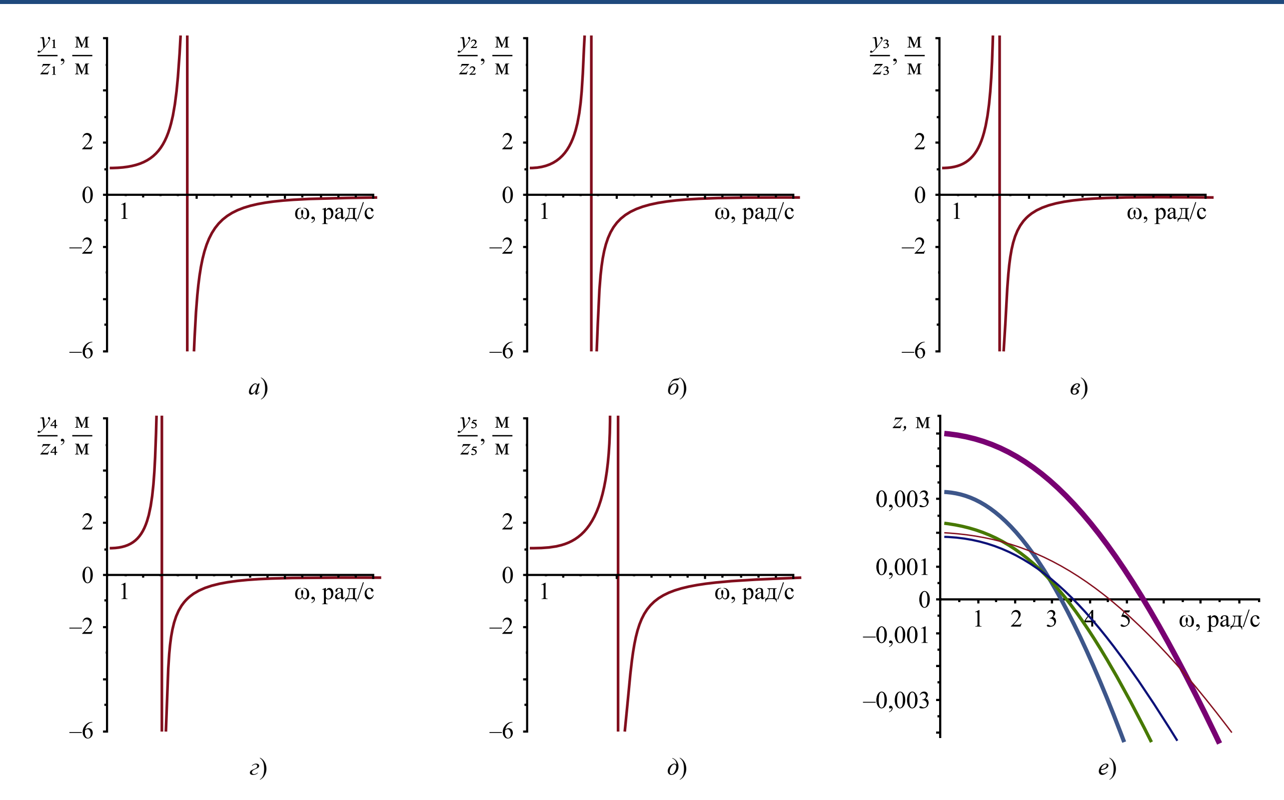


Рис. 5. Характеристики оптимального вибрационного поля для весового коэффициента β = 0,25 и параметра сглаживания α = 0,01: *а* — отношение амплитуд колебаний точек оптимального вибрационного поля $(y_\alpha)_1$ к амплитуде кинематических возмущений $(z_\alpha)_1$; *б* — отношение амплитуд $(y_\alpha)_2$ к $(z_\alpha)_2$; *в* — отношение амплитуд $(y_\alpha)_3$ к $(z_\alpha)_3$; *г* — отношение амплитуд $(y_\alpha)_4$ к $(z_\alpha)_4$; *д* — отношение амплитуд $(y_\alpha)_5$ к $(z_\alpha)_5$; *е* — значение амплитуд внешних возмущений (z_α) в зависимости от частоты ω

Отношения амплитуд y_i/z_i, для которых $y_i = y_i(\omega)$ и $z_i = z_i(\omega)$ найдены на основе решения задачи определения оптимальных вибрационных полей, имеют по одному разрыву 2-го рода (рис. 5 *а*–*д*).

Следует обеспечить заданные амплитуды колебаний фиксированных точек вибрационного поля механической колебательной системы. Для этого можно выбрать комбинированные энергетические функционалы с учетом весовых коэффициентов и, основываясь на данных показателях, определить необходимые внешние кинематические воздействия с учетом вариационных принципов.

Если требования к амплитудам колебаний вибрационного поля сильно зашумлены или несовместны, можно построить вибрационное поле, которое с определенной точностью удовлетворяет требованиям и является оптимальным для комбинированного критерия, но для других условий.

Определение оптимального критерия формообразования вибрационных полей на основе функции невязки. В общем случае требования к вибрационному полю могут представлять собой сложный комплекс совместных или несовместных условий, отражающих ограничения на амплитуды смещений, скоростей, динамических реакций, включая условия неудерживающего характера.

С учетом критерия оптимальности вибрационного поля механической колебательной системы совокупность совместных условий допускает единственное решение в форме определенной структуры внешних возмущений. В случае несовместности условий на вибрационное поле критерий оптимальности фактически выступает методом регуляризации некорректной обратной задачи.

Энергетический функционал определяет специфику формообразования вибрационных полей на основе значений амплитуд колебаний смещений, скоростей, силовых возмущений или реакций, возникающих между элементами системы. Энергетические функционалы могут передавать представления о максимальной потенциальной или кинетической энергии или служить их комбинацией с учетом весовых коэффициентов, выполняющих роль методов коррекции вибрационных полей.

К условиям по значениям амплитуд вибрационных полей возможно добавить условия по характеру самих внешних кинематических или силовых возмущений. Они выражаются в том, что амплитуды внешних возмущений принимают фиксированные абсолютные или относительные значения. Необходимость задания требований к входным возмущениям связана с тем, что для обеспечения заданных форм вибрационных полей амплитуды внешних возмущений могут неограниченно возрастать по мере роста частоты.

Итак, представим комплексную задачу выбора:

– энергетического функционала;

– оператора требований к вибрационному полю;

– дополнительного оператора требований к внешним силовым или кинематическим возмущениям.

В рамках развития структурной теории оптимального вибрационного поля можно поставить обобщенную задачу его построения:

$$y_\sigma(\omega) = arg \min_{A\overline{y}=b,\overline{y}=\left(-M_0\omega^2+K\right)^{-1}K\overline{z},C\overline{z}=f} T_e\left(\overline{y}\right),$$

где $C \cdot \overline{z} = f$ — дополнительная связь, ограничивающая размерность внешних кинематических возмущений.

Методология выбора эффективного оператора может базироваться на минимизации функции дополнительной невязки, зависящей от параметров энергетического оператора:

$$\beta_\sigma = arg \min_b \left\| By_\beta - c \right\|^2,$$

где y_β — решение задачи определения вибрационного поля с комбинированным критерием оптимальности T_β ((28) и рис. 4) и условиями A (10); B — оператор определения значений в совокупности дополнительных точек; c — вектор значений в дополнительных точках.

Эту задачу можно рассмотреть как задачу выбора «естественного» критерия оптимальности [21]. Таким образом, представленная совокупность задач и методов решений может быть фундаментальной основой структурной теории построения вибрационных полей.

Обсуждение и заключение. Разработаны элементы структурной теории оптимальных вибрационных полей механических колебательных систем. Основные компоненты указанной теории — это методы построения вибрационных полей механических колебательных систем на основе вариационных принципов. Основное понятие — вибрационное поле механической колебательной системы. Оно представляет собой распределение амплитуд колебаний обобщенных координат и других динамических характеристик механической колебательной системы по точкам объекта с оцениваемым динамическим состоянием.

Предполагается, что в ряде точек механической колебательной системы задана система условий. Она выражается через абсолютные или относительные значения смещений, скоростей и реакций. Условия — это требования к характеристикам вибрационного поля механической колебательной системы. Существует также система условий, связанных с особенностями внешних силовых или кинематических возмущений, и она тоже отражает требования к совокупности абсолютных и относительных значений амплитуд кинематических или силовых возмущений.

Для развития прикладной теории оптимальных вибрационных полей в рамках структурных представлений можно установить аналогию между двумя парами. Первая образована из оператора энергии T и оператора условий A в теории абстрактных сплайнов. Вторая образована критерием оптимальности вибрационного поля и системой требований к характеристикам вибрационного поля в контрольных точках.

В рамках теории вариационной сплайн-аппроксимации различают интерполяционные, сглаживающие и смешанные сплайны. В рамках представлений о вибрационных полях механических колебательных систем на основе структурных представлений роль сплайна выполняет совокупность амплитуд внешних силовых и кинематических возмущений, а роль интерполяционных условий выполняет совокупность требований к амплитудам входных или выходных сигналов.

Можно полагать, что существуют различия между вибрационными полями технических объектов, находящихся в условиях внешних возмущений силовой или кинематической природы, которые рассматриваются как ключевой фактор формирования динамического состояния. Вместе с тем, при построении вибрационного поля считается естественной оценка энергетических соотношений, зависящих от обобщенных координат. Их значения определяются по внешним силовым или кинематическим возмущениям. Фактически нужно найти два вектора — обобщенных координат и внешних возмущений.

Учтем вариационный подход, а также совокупность требований к вибрационному полю и внешним возмущениям. Представим задачу определения внешних возмущений, формирующих совокупность динамических состояний, в виде вибрационного поля с учетом системы условий. В такой интерпретации речь идет о задаче оптимизации в разных постановках в рамках вариационных принципов. В частности, возможны постановки задач, аналогичных задачам построения сглаживающего или смешанного сплайна. Это зависит от совместности условий на входные и выходные сигналы. Отметим существенную особенность задач построения вибрационных полей: частота внешнего возмущения — это параметр задачи оптимизации, а в случае с системами с сосредоточенными параметрами векторы амплитуд служат элементами n-мерного Декартова пространства.

Аналогии между задачами аппроксимации и построения вибрационных полей позволяют развивать методологии формирования, оценки и коррекции динамических состояний технических объектов.

Усовершенствованная структурная теория оптимальных вибрационных полей будет востребована в авиационной и космической промышленности. Ее аппарат можно применить для обеспечения безопасности полетов и долговечности конструкций. Кроме того, данный подход логично задействовать в машиностроении, электронике, при разработке медицинского оборудования. Теория позволит решать задачи формирования, оценки и коррекции состояний технических систем и устройств в условиях вибрационного нагружения. Еще одно направление ее практического применения — создание и улучшение измерительных способов и средств сложных колебательных систем. Полагаем также, что математические модели оптимальных вибрационных полей представляют интерес для разработки новых технологий и материалов, в частности, материалов с высокой амортизацией, которые могут снизить уровень вибраций и шума в технических системах.

В качестве основного ограничения методики необходимо указать, что рассматриваются колебания координат объекта, которые представляют собой установившиеся формы гармонических колебаний или колебаний фиксированной амплитуды.

Список литературы / References

1. Juan Carlos A Jauregui Correa, Alejandro A Lozano Guzman. Chapter One — Fundamentals of Mechanical Vvibrations. *Mechanical Vibrations and Condition Monitoring.* Cambridge, MA: Academic Press; 2020. P. 1–26. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-819796-7.00001-9

2. Jalal Torabi, Jarkko Niiranen. Nonlinear Finite Element Free and Forced Vibrations of Cellular Plates Having Lattice-Type Metamaterial Cores: A Strain Gradient Plate Model Approach. *Mechanical Systems and Signal Processing.* 2023;192:110224. https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2023.110224

3. Keigo Ikeda, Kota Kamimori, Ikkei Kobayashi, Jumpei Kuroda, Deigo Uchino, Kazuki Ogawa, et al. Basic Study on Mechanical Vibration Suppression System Using 2-Degree-of-Freedom Vibration Analysis. *Vibration.* 2023;6(2):407–420. https://doi.org/10.3390/vibration6020025

4. Большаков Р.С. *Особенности вибрационных состояний транспортных и технологических машин. Динамические реакции и формы взаимодействия элементов*. Новосибирск: Наука; 2020. 411 с.

Bolshakov RS. *Features of Vibration States of Transport and Technological Machines. Dynamic Reactions and Forms of Interaction of Elements*. Novosibirsk: Nauka; 2020. 411 p. (In Russ.).

5. Dumitriu M, Apostol II. Influence of Interference between Vertical and Roll Vibrations on the Dynamic Behaviour of the Railway Bogie. *Vibration.* 2022;5(4):659–675. https://doi.org/10.3390/vibration5040039

6. Sehner M, Seidi-Nigsch M, Valdés Nava LE, Loy H. Vibration Mitigation: Under-Ballast Mats in Heavy-Haul Applications. *Practice Periodical on Structural Design and Construction*. 2023;28(4):05023004. https://doi.org/10.1061/PPSCFX.SCENG-1258

7. Zhenhang Zhao, Ying Gao, Chenghui Li. Research on the Vibration Characteristics of a Track's Structure Considering the Viscoelastic Properties of Recycled Composite Sleepers. *Applied Sciences.* 2020;11(1):150. https://doi.org/10.3390/app11010150

8. Yu Zou, Yongpeng Wen, Qian Sun. Study on the Urban Rail Transit Sleeper Spacing Considering Vehicle System. *MATEC Web of Conferences.* 2019;296:01008. https://doi.org/10.1051/matecconf/201929601008

9. Yoshino Sh, Abe K, Koro K. An Analytic Solution of Mathematical Expectation for Bogie-Track Interaction Problems. *Mechanical Engineering Journal*. 2023;10(3):22–00300. https://doi.org/10.1299/mej.22-00300

10. Wenping Chu, Yang Song. Study on Dynamic Interaction of Railway Pantograph–Catenary Including Reattachment Momentum Impact. *Vibration.* 2020;3(1):18–33. https://doi.org/10.3390/vibration3010003

11. Maryam El Moueddeb, François Louf, Pierre-Alain Boucard, Franck Dadié, Gilles Saussine, Danilo Sorrentino. An Efficient Numerical Model to Predict the Mechanical Response of a Railway Track in the Low-Frequency Range. *Vibration.* 2022;5(2):326–343. https://doi.org/10.3390/vibration5020019

12. Korendiy V, Kachur O, Predko R, Kotsiumbas O, Stotsko R, Ostashuk M. Generating Rectilinear, Elliptical, and Circular Oscillations of a Single-Mass Vibratory System Equipped with an Enhanced Twin Crank-Type Exciter. *Vibroengineering Procedia.* 2023;51:8–14. https://doi.org/10.21595/vp.2023.23657

13. Krot P, Shiri H, Dąbek P, Zimroz R. Diagnostics of Bolted Joints in Vibrating Screens Based on a Multi-Body Dynamical Model. *Materials.* 2023;16(17):5794. https://doi.org/10.3390/ma16175794

14. Vishwa Priya Vellingiri, Udhayakumar Sadasivam. Effect of Vibrator Parameters and Physical Characteristics of Parts on Conveying Velocity. *Strojniški vestnik — Journal of Mechanical Engineering.* 2023;69(7–8):352–363. https://doi.org/10.5545/sv-jme.2022.510

15. Korendiy V, Gursky V, Kachur O, Dmyterko P, Kotsiumba O, Havrylchenko O. Mathematical Model and Motion Analysis of a Wheeled Vibro-Impact Locomotion System. *Vibroengineering Procedia*. 2022;41:77–83. https://doi.org/10.21595/vp.2022.22422

16. Krupenin V, Astashev V. Properties of Vibration Fields in a Two-Dimensional Lattice Structure Colliding with an Obstacle. In: EJ Sapountzakis, M Banerjee, P Biswas, E Inan (eds). *Proc. 14th Int. Conf. on Vibration Problems (ICOVP).* Singapore: Springer; 2020. P. 473–485. https://doi.org/10.1007/978-981-15-8049-9_30

17. Karnovsky IA, Lebed E. Structural Theory of Vibration Protection Systems. In book: *Theory of Vibration Protection*. Cham: Springer; 2016. 708 p. https://doi.org/10.1007/978-3-319-28020-2_12

18. Eliseev AV. *Structural Mathematical Modeling Applications in Technological Machines and Transportation Vehicles*. Hershey, PA: IGI Global; 2023. 288 p. https://doi.org/10.4018/978-1-6684-7237-8

19. Sarah Saeed. Laplace Transform: Basics and Main Properties. In book: J García (ed). *Encyclopedia of Electrical and Electronic Power Engineering*. Amsterdam: Elsevier; 2023. P. 645–651. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-821204-2.00062-3

20. Bezhaev AYu, Vasilenko VA. *Variational Theory of Splines*. New York, NY: Springer; 2001. 208 p. https://doi.org/10.1007/978-1-4757-3428-7

21. Василенко В.А., Елисеев А.В. Абстрактные сплайны с натяжением как функции параметров энергетического оператора. *Сибирский журнал вычислительной математики.* 1998;1(4):301–311. URL: https://www.mathnet.ru/links/be5b8fe7cfea1927a6fff34630f7de33/sjvm311.pdf (дата обращения: 11.12.2023).

Vasilenko VA, Elyseev AV. Abstract Splines with the Tension as the Functions of Parameters in Energy Operator. *Siberian Journal of Computational Mathematics.* 1998;1(4):301–311. URL: https://www.mathnet.ru/links/be5b8fe7cfea1927a6fff34630f7de33/sjvm311.pdf (accessed: 11.12.2023).

Об авторах:

Андрей Владимирович Елисеев, кандидат технических наук, доцент кафедры конструирования и стандартизации в машиностроении Иркутского национального исследовательского технического университета (664074, РФ, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83), доцент кафедры математики Иркутского государственного университета путей сообщения (664074, РФ, г. Иркутск, ул. Чернышевского, 15), SPIN-код: 8781-1123, ORCID, ResearcherID, ScopusID, eavsh@ya.ru

Николай Константинович Кузнецов, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой конструирования и стандартизации в машиностроении Иркутского национального исследовательского технического университета (664074, РФ, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83), SPIN-код: 4875-9445, ORCID, ResearcherID, ScopusID, knik@istu.edu

Заявленный вклад авторов:

А.В. Елисеев — создание концепции, работа с текстом рукописи.

Н.К. Кузнецов — анализ и обобщение результатов исследования.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Поступила в редакцию 28.12.2023
Поступила после рецензирования 17.01.2024
Принята к публикации 21.01.2024

About the Authors:

Andrey V. Eliseev, Cand.Sci. (Eng.), Associate Professor of the Department of Mechanical Engineering Design and Standardization, Irkutsk National Research Technical University (83, Lermontov St., Irkutsk, 664074, RF), Associate Professor of the Mathematics Department, Irkutsk State Railway Transport Engineering University (15, ul. Chernyshevskogo, Irkutsk, 664074, RF), SPIN-code: 8781-1123, ORCID, ResearcherID, ScopusID, eavsh@ya.ru

Nikolai K. Kuznetsov, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Head of the Department of Mechanical Engineering Design and Standardization, Irkutsk National Research Technical University (83, Lermontov St., Irkutsk, 664074, RF), SPIN-code: 4875-9445, ORCID, ResearcherID, ScopusID, knik@istu.edu

Claimed contributorship:

AV Eliseev: basic concept formulation, working with the text of the manuscript.

NK Kuznetsov: analysis and generalization of the research results.

Conflict of interest statement: the authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final version of manuscript.

Received 28.12.2023
Revised 17.01.2024
Accepted 21.01.2024

МЕХАНИКА
MECHANICS




УДК 539.3
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-23-35

Научная статья

Связанная осесимметричная задача термоэлектроупругости для круглой жестко закрепленной пластины



EDN: DUOERK

Д.А. Шляхин, **Е.В. Савинова** ✉
Самарский государственный технический университет, г. Самара, Российская Федерация
 slenax@yandex.ru

Аннотация

Введение. Для описания работы температурных пьезокерамических конструкций используется теория термоэлектроупругости, в которой математическая модель сформулирована в виде системы несамосопряженных дифференциальных уравнений. Сложность ее интегрирования в общем виде приводит к исследованию задач в несвязанной постановке. Это не позволяет оценить эффект влияния электроупругих полей на температурное поле. В литературе не представлены исследования данных задач в трехмерной связанной постановке, в которых были бы построены замкнутые решения. При этом проведение именно таких исследований позволяет понять картину взаимодействия механических, тепловых и электрических полей в конструкции. Поэтому целью представленного исследования стало построение нового замкнутого решения связанной задачи для пьезокерамической круглой жестко закрепленной пластины, позволяющее качественно оценить взаимное влияние термоэлектроупругих полей в данной электроупругой системе.

Материалы и методы. Объектом исследования является пьезокерамическая пластина. Рассматривается случай нестационарного изменения температуры на ее верхней лицевой поверхности при учете конвекционного теплообмена нижней плоскости с окружающей средой (граничные условия 1 и 3 рода). Индуцируемое в результате образования температурных деформаций электрическое поле фиксируется путем подключения электродированных поверхностей к измерительному прибору. Задача термоэлектроупругости включает уравнения равновесия, электростатики и нестационарное гиперболическое уравнение теплопроводности. Она решается обобщенным методом конечного биортогонального преобразования, позволяющего построить замкнутое решение несамосопряженной системы уравнений.

Результаты исследования. Построено новое замкнутое решение связанной осесимметричной задачи термоэлектроупругости для круглой пластины, выполненной из пьезокерамического материала, являющееся более точным, по сравнению с тем, которое было разработано при решении задач в несвязанной постановке.

Обсуждение и заключение. Полученное решение начально-краевой задачи позволяет определить температурное, электрическое и упругое поля, индуцируемые в пьезокерамическом элементе при произвольном температурном осесимметричном внешнем воздействии. Проведенные расчеты дают возможность рассчитать размеры сплошных электродов, которые позволяют повысить функциональные возможности пьезокерамических преобразователей. Численный анализ результатов помогает выявить новые связи между характером внешнего температурного воздействия, процессом деформирования и величиной электрического поля в пьезокерамической конструкции. Это дает возможность обосновать рациональную программу экспериментов при их проектировании и значительно сократить объем натурных исследований.

Ключевые слова: задача термоэлектроупругости, связанная осесимметричная задача, жестко закрепленная пластина, биортогональные конечные интегральные преобразования

Благодарности. Авторы выражают благодарность рецензентам за проведенную работу, которая позволила повысить качественный уровень статьи.

Для цитирования. Шляхин Д.А., Савинова Е.В. Связанная осесимметричная задача термоэлектроупругости для круглой жестко закрепленной пластины. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2024;24(1):23–35. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-23-35

Research article

Coupled Axisymmetric Thermoelectroelasticity Problem for a Round Rigidly Fixed Plate

Dmitriy A. Shlyakhin, **Elena V. Savinova** ✉
Samara State Technical University, Samara, Russian Federation
✉ slenax@yandex.ru

Abstract
Introduction. To describe the operation of temperature piezoceramic structures, the theory of thermoelectroelasticity is used, in which the mathematical model is formulated as a system of nonself-adjoint differential equations. The complexity of its integration in general leads to the study of problems in an unrelated formulation. This does not allow us to evaluate the effect of electroelastic fields on temperature. The literature does not present studies on these problems in a three-dimensional coupled formulation in which closed solutions would be constructed. At the same time, conducting such studies allows us to understand the interaction picture of mechanical, thermal and electric fields in a structure. To solve this problem, a new closed solution of a coupled problem for a piezoceramic round rigidly fixed plate has been constructed in this research. It provides for qualitative assessment of the cross impact of thermoelectroelastic fields in this electroelastic system.
Materials and Methods. The object of the study is a piezoceramic plate. The case of unsteady temperature change on its upper front surface is considered, taking into account the convection heat exchange of the lower plane with the environment (boundary conditions of the 1st and 3rd kind). The electric field induced as a result of the thermal strain generation is fixed by connecting the electrodated surfaces to the measuring device. The thermoelectroelasticity problem includes the equations of equilibrium, electrostatics, and the unsteady hyperbolic heat equation. It is solved by the generalized method of finite biorthogonal transformation, which makes it possible to construct a closed solution of a nonself-adjoint system of equations.
Results. A new closed solution of the coupled axisymmetric thermoelectroelasticity problem for a round plate made of piezoceramic material was constructed.
Discussion and Conclusion. The obtained solution to the initial boundary value problem made it possible to determine the temperature, electric and elastic fields induced in a piezoceramic element under arbitrary temperature axisymmetric external action. The calculations performed provided determining the dimensions of solid electrodes, which made it possible to increase the functionality of piezoceramic transducers. Numerical analysis of the results enabled us to identify new connections between the nature of external temperature action, the deformation process, and the value of the electric field in a piezoceramic structure. This can validate a proper program of experiments under their designing and significantly reduce the volume of field studies.

Keywords: thermoelectroelasticity problem, coupled problem, round piezoceramic rigidly fixed plate, biorthogonal finite integral transformations

Acknowledgements. The authors would like to thank the reviewers for the work done, which made it possible to improve the quality of the article.

For citation. Shlyakhin DA, Savinova EV. Coupled Axisymmetric Thermoelectroelasticity Problem for a Round Rigidly Fixed Plate. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2024;24(1):23–35. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-23-35

Введение. Для повышения функциональных возможностей пьезокерамических датчиков [1–3], основанных на взаимном влиянии термоэлектроупругих полей, используются различные математические модели. Для более точного учета эффекта связанности данных полей возникает необходимость в построении замкнутых решений. Для решения систем исходных несамосопряженных дифференциальных уравнений применяются некоторые упрощения. Таким образом, задачи могут быть рассмотрены в несвязанной постановке, либо в задачах рассматриваются и анализируются элементы, у которых имеется вырожденная геометрия. В [4, 5] рассматривается несвязанная стационарная задача для длинного электроупругого цилиндра, а работа [6] посвящены анализу тепловых напряжений в полой сфере. Исследования [7, 8] связаны с определение температурного поля в пьезокерамической оболочке и круглой пластине при решении несвязанных задач. Связанные динамические задачи для однородного пьезокерамического слоя, а также динамические задачи в

связанной постановке для градиентно–неоднородного пьезокерамического слоя рассматривались в трудах [9, 10], в статьях [11, 12] анализировались поля в неограниченной среде. В работах [13, 14] рассматривается длинный полый цилиндр и анализируются термоэлектроупругие поля.

В настоящее время в литературе не описаны результаты построения замкнутых решений упомянутых нестационарных задач в трехмерной связанной постановке. Поэтому в настоящей работе рассмотрена круглая пластина, выполненная из пьезокерамического состава и имеющая жесткое закрепление, для которой получено новое замкнутое решение задачи термоэлектроупругости. Использование ограничения на скорость изменения температуры на ее лицевой поверхности [10] позволяет не включать инерционные характеристики исследуемой системы и применять уравнения равновесия в расчетных соотношениях.

Материалы и методы. В процессе решения использовали обобщенное конечное биортогональное преобразование, позволяющее понизить размерность несамосопряженной системы уравнений и, существенно упрощая исследования в пространстве изображений, построить замкнутое решение.

Математическая модель. Рассмотрим некоторую область $\Omega : \{0 \le r_* \le b, 0 \le \theta \le 2\pi, 0 \le z_* \le h^*\}$, которую в цилиндрической системе координат (r_*, θ, z_*) занимает круглая в плане пьезокерамическая сплошная пластина. Для рассматриваемой задачи можно использовать произвольные температурные граничные условия. Однако для определенности решения на верхней $(z_* = 0)$ лицевой поверхности учитывается изменение температуры $\omega_1^*(r_*, t_*)$ при заданной температуре внешней среды ϑ^* на нижней $(z_* = h^*)$ плоскости (t_* — время). Цилиндрическая теплоизолированная поверхность жестко закреплена: отсутствует радиальная компонента вектора перемещений и угол поворота, а в вертикальной плоскости зафиксирована ее нижняя часть. Нижняя плоскость рассматриваемой круглой пластины имеет заземление. Лицевые электродированные плоскости пластины подключены к измерительному прибору. Расчетная схема пластины представлена на рис. 1.

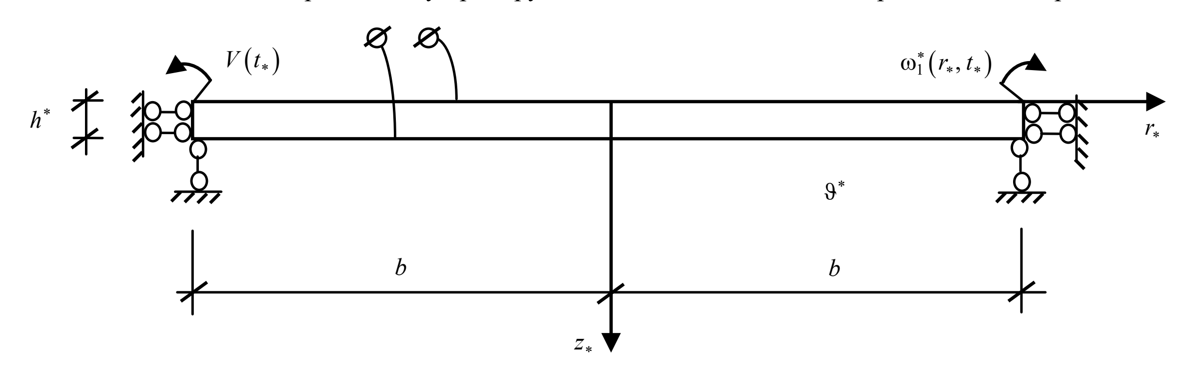


Рис. 1. Расчетная схема пластины

Математическая формулировка рассматриваемой задачи в безразмерной форме для аксиально поляризованного пьезокерамического материала с гексагональной кристаллической решеткой состава 6 мм имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial r}\nabla U + a_1 \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + a_2 \frac{\partial^2 W}{\partial r \partial z} + a_3 \frac{\partial^2 \phi}{\partial r \partial z} - \frac{\partial \Theta}{\partial r} = 0, \qquad (1)$$

$$a_1 \nabla \frac{\partial W}{\partial r} + a_4 \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + a_2 \nabla \frac{\partial U}{\partial z} + a_5 \nabla \frac{\partial \phi}{\partial r} + a_6 \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - a_7 \frac{\partial \Theta}{\partial z} = 0,$$

$$-\nabla \frac{\partial \phi}{\partial r} - a_8 \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + a_9 \nabla \frac{\partial U}{\partial z} + a_{10} \nabla \frac{\partial W}{\partial r} + a_{11} \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + a_{12} \nabla \Theta + a_{13} \frac{\partial \Theta}{\partial z} = 0,$$

$$\nabla \frac{\partial \Theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} - \left(\frac{\partial}{\partial t} + \beta \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left[\Theta + a_{14}\left(\nabla U + \frac{\partial W}{\partial z}\right) - a_{15}\frac{\partial \phi}{\partial z}\right] = 0;$$

$$r = 0,1; \{U, W, \phi, \Theta\}_{|r=0} < \infty; \left\{U, \frac{\partial W}{\partial r}, \frac{\partial \Theta}{\partial r}\right\}_{|r=1} = 0, \qquad (2)$$

$$D_{r|r=1} = 0 \left\{\left[-\frac{\partial \phi}{\partial r} + a_{10}\left(\frac{\partial W}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z}\right) + a_{12}\Theta\right]_{|r=1} = 0\right\};$$

$$r = 0, 1; \{U, W, \phi, \Theta\}_{|r=0} < \infty; \left\{U, \frac{\partial W}{\partial r}, \frac{\partial \Theta}{\partial r}\right\}_{|r=1} = 0, \qquad (2)$$

Механика

$$z = 0,\, h;\; \sigma_{zz} = 0\left\{a_{16}\nabla U + a_4 \frac{\partial W}{\partial z} + a_6 \frac{\partial \phi}{\partial z} - a_7 \Theta = 0\right\};\; \sigma_{rz} = 0\left\{\frac{\partial W}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z} = 0\right\}, \quad (3)$$

$$\phi_{|z=0} = \phi_0,\, \phi_{|z=h} = 0,\, \Theta_{|z=0} = \omega_1,\, \left(\frac{\partial \Theta}{\partial z} + a_{17}\Theta\right)_{|z=h} = a_{17}\vartheta;$$

$$t = 0,\, \{U, W, \phi, \Theta\} = 0,\, \frac{\partial\{U, W, \phi\}}{\partial t}_{|t=0} = 0,\, \frac{\partial \Theta}{\partial t}_{|t=0} = \dot{\Theta}_0; \quad (4)$$

где

$$\{U, W, r, z\} = \{U^*, W^*, r_*, z_*\}/b,\, \{\phi, \phi_0\} = \frac{e_{31}}{C_{11}b}\{\phi^*, \phi_0^*\},\, \{\phi, \phi_0\} = \frac{e_{31}}{C_{11}b}\{\phi^*, \phi_0^*\},$$

$$\{\Theta, \omega_1, \vartheta\} = \frac{\gamma_{11}}{C_{11}}\{\Theta^*, (\omega_1^* - T_0), (\vartheta^* - T_0)\},\, a_1 = \frac{C_{55}}{C_{11}},\, a_2 = \frac{C_{13} + C_{55}}{C_{11}},\, a_3 = \frac{e_{15} + e_{31}}{e_{31}},$$

$$a_4 = \frac{C_{33}}{C_{11}},\, a_5 = \frac{e_{15}}{e_{31}},\, a_6 = \frac{e_{33}}{e_{31}},\, a_7 = \frac{\gamma_{33}}{\gamma_{11}},\, a_8 = \frac{\varepsilon_{33}}{\varepsilon_{11}},\, a_9 = \frac{e_{31}(e_{15} + e_{31})}{C_{11}\varepsilon_{11}},\, a_{10} = \frac{e_{15}e_{31}}{C_{11}\varepsilon_{11}},$$

$$a_{11} = a_{10}\frac{e_{33}}{e_{15}},\, a_{12} = \frac{g_{11}e_{31}}{\gamma_{11}\varepsilon_{11}},\, a_{14} = T_0\frac{\gamma_{11}\gamma_{33}}{C_{11}k},\, a_{15} = T_0\frac{g_{33}\gamma_{11}}{e_{31}k},\, a_{16} = a_2 - a_1,$$

$a_{17} = \alpha \cdot b/\Lambda$, $\Theta^*(r_*, z_*, t_*)$ — приращение температуры в размерной форме; $U^*(r_*, z_*, t_*), W^*(r_*, z_*, t_*)$ $\phi^*(r_*, z_*, t_*)$ — компоненты вектора перемещений, потенциал электрического поля; $\sigma_{zz}(r, z, t)$, $\sigma_{rz}(r, z, t)$ — компоненты тензора механических напряжений; $D_r(r, z, t)$ — радиальная компонента вектора индукции электрического поля; Λ, k, α_t — коэффициенты теплопроводности, объемной теплоемкости и линейного температурного расширения; $\phi_0^*(r, t)$ — электрический потенциал, индуцируемый на верхней лицевой поверхности; γ_{ii}, g_{ii} — компоненты тензора температурных напряжений и пирокоэффициентов ($i = 1,3$, $\gamma_{ii} = C_{ii}\alpha_t$); e_{15}, e_{31}, e_{33}, ε_{11}, ε_{33} — пьезомодули и коэффициенты диэлектрической проницаемости; $\Theta^* = T - T$; T, T_0 — текущая температуры и температура первоначального состояния тела; β_{rel} — время релаксации; α — коэффициент теплоотдачи, $\dot{\Theta}_0$ — известная скорость изменения температуры; $\nabla = \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r}$.

Для определения потенциала электрического поля, индуцируемого в процессе деформирования, на верхней лицевой поверхности $\phi_0^*(r, t)$, в случае подключения электродов к измерительному прибору с большим входным сопротивлением, используется дополнительное граничное условие:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{(S)} D_{z|z=0}\, dS = 0 \quad (5)$$

где $D_z(r, z, t)$ — аксиальная компонента вектора индукции; S — площадь поверхности.

Построение общего решения. Для выполнения условия закрепления цилиндрической поверхности пластины в вертикальной плоскости вводятся новые функции $w(r, z, t)$, $W_1(t)$:

$$W(r, z, t) = W_1(t) + w(r, z, t), \quad (6)$$

что позволяет сформировать краевую задачу относительно функций U, w, ϕ, Θ, которая исследуется методом конечных преобразований Фурье-Бесселя:

$$u_H(n, z, t) = \int_0^1 U(r, z, t)\, r J_1(j_n r)\, dr, \quad (7)$$

$$\{w_H(n, z, t), \phi_H(n, z, t), N_H(n, z, t)\} = \int_0^1 \{w(r, z, t), \phi(r, z, t), \Theta(r, z, t)\}\, r J_0(j_n r)\, dr,$$

$$U(r, z, t) = 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_H(n, z, t)}{J_0(j_n)^2} J_1(j_n r) \quad (8)$$

$$\{w(r, z, t), \phi(r, z, t), \Theta(r, z, t)\} = 2\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\{w_H(n, z, t), \phi_H(n, z, t), N_H(n, z, t)\}}{J_0(j_n)^2} J_0(j_n r),$$

где j_n — положительные нули функции $J_1(j_n)$ $\left(n = \overline{0, \infty};\, j_0 = 0\right)$; $J_\nu(...)$ — функции Бесселя.

Здесь необходимо отметить, что для удовлетворения последнего граничного условия (2) необходимо принять, что первоначальная температура пластины T_0 равна температуре внешней среды ϑ^* и функция приращения температуры на верхней лицевой поверхности $\omega_1(1, t) = 0$. Данные допущения без большой погрешности позволяют считать, что на цилиндрической поверхности пластины $\Theta(1, z, t) = 0$.

В результате использования алгоритма преобразования в области изображений получается следующая начально-краевая задача:

$$-j_n^2 u_H + a_1 \frac{\partial^2 u_H}{\partial z^2} - a_2 j_n \frac{\partial w_H}{\partial z} + a_3 j_n \frac{\partial \phi_H}{\partial z} + j_n N_H = 0, \qquad (9)$$

$$-a_1 j_n^2 w_H + a_4 \frac{\partial^2 w_H}{\partial z^2} + a_2 j_n \frac{\partial u_H}{\partial z} - a_5 j_n^2 \phi_H + a_6 \frac{\partial^2 \phi_H}{\partial z^2} - a_7 \frac{\partial N_H}{\partial z} = 0,$$

$$j_n^2 \phi_H - a_8 \frac{\partial^2 \phi_H}{\partial z^2} + a_9 j_n \frac{\partial u_H}{\partial z} - a_{10} j_n^2 w_H + a_{11} \frac{\partial^2 w_H}{\partial z^2} + a_{12} j_n N_H + a_{13} \frac{\partial N_H}{\partial z} = 0,$$

$$-j_n^2 N_H + \frac{\partial^2 N_H}{\partial z^2} - \left(\frac{\partial}{\partial t} + \beta \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left[N_H + a_{14}\left(j_n u_H + \frac{\partial w_H}{\partial z}\right) - a_{15}\frac{\partial \phi_H}{\partial z}\right] = 0;$$

$$z = 0, h;\ a_{16} j_n u_H + a_4 \frac{\partial w_H}{\partial z} + a_6 \frac{\partial \phi_H}{\partial z} - a_7 N_H = 0;\ \frac{\partial u_H}{\partial z} - j_n w_H = 0, \qquad (10)$$

$$\phi_{H|z=0} = \phi_{0H},\ \phi_{H|z=h} = 0,\ N_{H|z=0} = \omega_{1H},\ \left(\frac{\partial N_H}{\partial z} + a_{17} N_H\right)_{|z=h} = a_{17}\vartheta_H;$$

$$t = 0, \{u_H, \phi_H, N_H\} = 0,\ w_H = w_{0H},\ \frac{\partial\{u_H, \phi_H\}}{\partial t}_{|t=0} = 0, \qquad (11)$$

$$\frac{\partial w_H}{\partial t}_{|t=0} = \dot{w}_{0H},\ \frac{\partial N_H}{\partial t}_{|t=0} = \dot{N}_{0H};$$

где $\{\phi_{0H}, \vartheta_H, w_{0H}, \dot{w}_{0H}, \dot{N}_{0H}\} = \int\limits_0^1 \left\{\phi_0, \vartheta, -W_1(0), -\frac{dW_1(t)}{dt}_{|t=0}, \dot{\Theta}_0\right\} r J_0(j_n r)\, dr.$

На следующем этапе решения введение функций $U_H(n,z,t), W_H(n,z,t), \varphi_H(n,z,t), Q_H(n,z,t)$ при использовании следующих соотношений:

$$u_H(n,z,t) = H_1(n,z,t) + U_H(n,z,t),\ w_H(n,z,t) = H_2(n,z,t) + W_H(n,z,t), \qquad (12)$$

$$\phi_H(n,z,t) = H_3(n,z,t) + \varphi_H(n,z,t),\ N_H(n,z,t) = H_4(n,z,t) + Q_H(n,z,t),$$

позволяет приведения условий (9) к однородным.

Здесь $\{H_1 ... H_4\} = \{H_1^* ... H_4^*\} + \{f_9(z) ... f_{12}(z)\}\phi_{0H}(t), \{H_1^* ... H_4^*\} = \{f_1(z) ... f_4(z)\}\omega_{1H}(t) + \{f_5(z) ... f_8(z)\}\vartheta_H$, $f_1(z) ... f_{12}(z)$ — дважды дифференцируемые функции.

Подстановка (12) в (9) – (11) при удовлетворении условий:

$$z = 0, h;\ a_{16} j_n H_1 + a_4 \frac{\partial H_2}{\partial z} + a_6 \frac{\partial H_3}{\partial z} - a_7 H_4 = 0;\ j_n H_2 - \frac{\partial H_1}{\partial z} = 0, \qquad (13)$$

$$H_{3|z=0} = \phi_{0H},\ H_{3|z=h} = 0,\ H_{4|z=0} = \omega_{1H},\ \left(\frac{\partial H_4}{\partial z} + a_{17} H_4\right)_{|z=h} = a_{17}\vartheta_H,$$

позволяет сформулировать следующую задачу:

$$-j_n^2 U_H + a_1 \frac{\partial^2 U_H}{\partial z^2} - a_2 j_n \frac{\partial W_H}{\partial z} + a_3 j_n \frac{\partial \varphi_H}{\partial z} + j_n Q_H = F_1, \qquad (14)$$

$$-a_1 j_n^2 W_H + a_4 \frac{\partial^2 W_H}{\partial z^2} + a_2 j_n \frac{\partial U_H}{\partial z} - a_5 j_n^2 \varphi_H + a_6 \frac{\partial^2 \varphi_H}{\partial z^2} - a_7 \frac{\partial Q_H}{\partial z} = F_2,$$

$$j_n^2 \varphi_H - a_8 \frac{\partial^2 \varphi_H}{\partial z^2} + a_9 j_n \frac{\partial U_H}{\partial z} - a_{10} j_n^2 W_H + a_{11} \frac{\partial^2 W_H}{\partial z^2} + a_{12} j_n Q_H + a_{13} \frac{\partial Q_H}{\partial z} = F_3,$$

$$-j_n^2 Q_H + \frac{\partial^2 Q_H}{\partial z^2} - \left(\frac{\partial}{\partial t} + \beta \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left[Q_H + a_{14}\left(j_n U_H + \frac{\partial W_H}{\partial z}\right) - a_{15}\frac{\partial \varphi_H}{\partial z}\right] = F_4,$$

$$z=0,h;\ a_{16}j_nU_H+a_4\frac{\partial W_H}{\partial z}+a_6\frac{\partial\varphi_H}{\partial z}-a_7Q_H=0;\ \frac{\partial U_H}{\partial z}-j_nW_H=0,\tag{15}$$

$$\varphi_{H|z=0}=\varphi_{H|z=h}=0,\ Q_{H|z=0}=0,\left(\frac{\partial Q_H}{\partial z}+a_{17}Q_H\right)_{|z=h}=0;$$

$$t=0;\ U_H=U_{0H};\ W_H=W_{0H};\ \varphi_H=\varphi_{0H};\ Q_H=Q_{0H},\tag{16}$$

$$\frac{\partial U_H}{\partial t}_{|t=0}=\dot U_{0H},\ \frac{\partial W_H}{\partial t}_{|t=0}=\dot W_{0H},\ \frac{\partial\varphi_H}{\partial t}_{|t=0}=\dot\varphi_{0H},\ \frac{\partial Q_H}{\partial t}_{|t=0}=\dot Q_{0H};$$

где

$$F_1=j_n^2H_1-a_1\frac{\partial^2H_1}{\partial z^2}+a_2j_n\frac{\partial H_2}{\partial z}-a_3j_n\frac{\partial H_3}{\partial z}-j_nH_4,$$

$$F_2=a_1j_n^2H_2-a_4\frac{\partial^2H_2}{\partial z^2}-a_2j_n\frac{\partial H_1}{\partial z}+a_5j_n^2H_3-a_6\frac{\partial^2H_3}{\partial z^2}+a_7\frac{\partial H_4}{\partial z},$$

$$F_3=-j_n^2H_3+a_8\frac{\partial^2H_3}{\partial z^2}-a_9j_n\frac{\partial H_1}{\partial z}+a_{10}j_n^2H_2-a_{11}\frac{\partial^2H_2}{\partial z^2}-a_{12}j_nH_4-a_{13}\frac{\partial H_4}{\partial z},$$

$$F_4=j_n^2H_4-\frac{\partial^2H_4}{\partial z^2}+\left(\frac{\partial}{\partial t}+\beta\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left[H_4+a_{14}\left(j_nH_1+\frac{\partial H_2}{\partial z}\right)-a_{15}\frac{\partial H_3}{\partial z}\right],$$

$$U_{0H}=-H_{1|t=0},\ W_{0H}=w_{0H}-H_{2|t=0},\ \varphi_{0H}=-H_{3|t=0},\ Q_{0H}=-H_{4|t=0},$$

$$\dot U_{0H}=-\frac{\partial H_1}{\partial t}_{|t=0},\ \dot W_{0H}=\dot w_{0H}-\frac{\partial H_2}{\partial t}_{|t=0},\ \dot\varphi_{0H}=-\frac{\partial H_3}{\partial t}_{|t=0},\ \dot Q_{0H}=\dot N_{0H}-\frac{\partial H_4}{\partial t}_{|t=0}.$$

Используя биортогональное конечное преобразование (КИП) [15], получаем решение задачи (14) – (16). На сегменте $[0,h]$ вводится КИП с неизвестными компонентами вектор-функций преобразований $K_1(\lambda_{in},z)\ldots K_4(\lambda_{in},z)$, $N_1(\mu_{in},z)\ldots N_1(\mu_{in},z)$:

$$G(n,\lambda_{in},t)=\int_0^h\left[Q_H+a_{14}\left(j_nU_H+\frac{\partial W_H}{\partial z}\right)-a_{15}\frac{\partial\varphi_H}{\partial z}\right]K_4(\lambda_{in},z)dz,\tag{17}$$

$$\{U_H,W_H,\varphi_H,Q_H\}=\sum_{i=1}^{\infty}G(n,\lambda_{in},t)\frac{\{N_1(\mu_{in},z),N_2(\mu_{in},z),N_3(\mu_{in},z),N_4(\mu_{in},z)\}}{\|K_{in}\|^2},$$

$$\|K_{in}\|^2=\int_0^hK_4(\lambda_{in},z)N_4(\mu_{in},z)dz,$$

где λ_{in}, μ_{in} — собственные значения соответствующих задач относительно компонент вектор-функций КИП ($k=1\ldots4$).

В ходе преобразований получаем задачу для определения трансформанты $G(n,\lambda_{in},t)$:

$$\left(\beta\frac{d^2}{dt^2}+\frac{d}{dt}+\lambda_{in}^2\right)G(n,\lambda_{in},t)=-F_H(n,\lambda_{in},t),\left(i=\overline{1,\infty}\qquad n=\overline{0,\infty}\right),\tag{18}$$

$$t=0,\ G(\lambda_{in},n,0)=G_{0H},\ \frac{dG(\lambda_{in},n,t)}{dt}_{|t=0}=G_0(\lambda_{in},n),\tag{19}$$

решение которых будет иметь следующий вид:

$$G(n,\lambda_{in},t)=(m_{1in}-m_{2in})^{-1}\Big\{(\dot G_0-G_0m_{2in})exp(m_{1in}t)-(\dot G_0-G_0m_{1in})exp(m_{2in}t)+$$

$$+\beta^{-1}\int_0^tF_H(n,\lambda_{in},\tau)\left[exp(m_{2in}(t-\tau))-exp(m_{1in}(t-\tau))\right]d\tau\Big\},\tag{20}$$

кроме того, две однородные задачи относительно компонент $K_1(\lambda_{in},z)\ldots K_4(\lambda_{in},z)$,

$$-j_n^2K_{1in}+a_1\frac{d^2K_{1in}}{dz^2}-a_2j_n\frac{dK_{2in}}{dz}-a_9j_n\frac{dK_{3in}}{dz}+\lambda_{in}^2a_{14}j_nK_{4in}=0,\tag{21}$$

$$-a_1j_n^2K_{2in}+a_4\frac{d^2K_{2in}}{dz^2}+a_2j_n\frac{dK_{1in}}{dz}-a_{10}j_n^2K_{3in}+a_{11}\frac{d^2K_{3in}}{dz^2}-\lambda_{in}^2a_{14}\frac{dK_{4in}}{dz}=0,$$

$$j_n^2 K_{3in} - a_8 \frac{d^2 K_{3in}}{dz^2} - a_3 j_n \frac{dK_{1in}}{dz} - a_5 j_n^2 K_{2in} + a_6 \frac{d^2 K_{2in}}{dz^2} + \lambda_{in}^2 a_{15} \frac{dK_{4in}}{dz} = 0,$$

$$\left(\lambda_{in}^2 - j_n^2\right) K_{4in} + \frac{d^2 K_{4in}}{dz^2} + j_n K_{1in} + a_7 \frac{dK_{2in}}{dz} + a_{12} j_n K_{3in} - a_{13} \frac{dK_{3in}}{dz} = 0;$$

$$z = 0, h,\ a_{16} j_n K_{1in} + a_4 \frac{dK_{2in}}{dz} + a_{11} \frac{dK_{3in}}{dz} - \lambda_{in}^2 a_{15} K_{4in} = 0,\ K_{3in|z=0} = K_{3in|z=h} = 0, \tag{22}$$

$$\frac{dK_{1in}}{dz} - j_n K_{2in} - \frac{a_{10}}{a_1} j_n K_{3in} = 0,\ K_{4in|z=0} = 0, \left(\frac{dK_{4in}}{dz} + a_{17} K_{4in}\right)_{|z=h} = 0;$$

и $N_1(\mu_{in}, z)\ldots N_4(\mu_{in}, z)$:

$$-j_n^2 N_{1in} + a_1 \frac{d^2 N_{1in}}{dz^2} - a_2 j_n \frac{dN_{2in}}{dz} + a_3 j_n \frac{dN_{3in}}{dz} + j_n N_{4in} = 0, \tag{23}$$

$$-a_1 j_n^2 N_{2in} + a_4 \frac{d^2 N_{2in}}{dz^2} + a_2 j_n \frac{dN_{1in}}{dz} - a_5 j_n^2 N_{3in} + a_6 \frac{d^2 N_{3in}}{dz^2} - a_7 \frac{dN_{4in}}{dz} = 0,$$

$$j_n^2 N_{3in} - a_8 \frac{d^2 N_{3in}}{dz^2} + a_9 j_n \frac{dN_{1in}}{dz} - a_{10} j_n^2 N_{2in} + a_{11} \frac{d^2 N_{2in}}{dz^2} + a_{12} j_n N_{4in} + a_{13} \frac{dN_{4in}}{dz} = 0,$$

$$-j_n^2 N_{4in} + \frac{d^2 N_{4in}}{dz^2} + \mu_{in}^2 \left(N_{4in} + a_{14} j_n N_{1in} + a_{14} \frac{dN_{2in}}{dz} - a_{15} \frac{dN_{3in}}{dz} \right) = 0;$$

$$z = 0, h,\ a_{16} j_n N_{1in} + a_4 \frac{dN_{2in}}{dz} + a_6 \frac{dN_{3in}}{dz} - a_7 N_{4in} = 0,\ \frac{\partial N_{1in}}{\partial z} - j_n N_{2in} = 0, \tag{24}$$

$$N_{3in|z=0} = N_{3in|z=h} = 0,\ N_{4in|z=0} = 0, \left(\frac{\partial N_{4in}}{\partial z} + a_{17} N_{4in}\right)_{|z=h} = 0;$$

где

$$F_H\left(n, \lambda_{in}, t\right) = \int_0^h \left(F_1 K_{1in} + F_2 K_{2in} + F_3 K_{3in} + F_4 K_{4in}\right) dz,$$

$$\left\{G_{0H}, \dot{G}_{0H}\right\} = \int_0^h \left[\left\{Q_{0H}, \dot{Q}_{0H}\right\} + a_{14} \left(j_n \left\{U_{0H}, \dot{U}_{0H}\right\} + \frac{d\left\{W_{0H}, \dot{W}_{0H}\right\}}{dz} \right) - a_{15} \frac{d\left\{\varphi_{0H}, \dot{\varphi}_{0H}\right\}}{dz} \right] K_{4in} dz,$$

m_{1in}, m_{2in} — корни характеристического уравнения: $\beta m_{in}^2 + m_{in} + \lambda_{in}^2 = 0.$

Построенная однородная задача (23), (24) относительно функций $N_1(\mu_{in}, z)\ldots N_4(\mu_{in}, z)$ инвариантна исходным расчетным соотношениям (14), (15).

Системы (21), (23) приводятся к следующим уравнениям относительно $K_2(\lambda_{in}, z)$, $N_2(\mu_{in}, z)$:

$$\left(\frac{d^8}{dz^8} + e_{1in} \frac{d^6}{dz^6} + e_{2in} \frac{d^4}{dz^4} + e_{3in} \frac{d^2}{dz^2} + e_{4in} \right) \left\{K_{2in}, N_{2in}\right\} = 0. \tag{25}$$

Коэффициенты $e_{1in}\ldots e_{4in}$ в статье не приведены в связи ограничением ее объема.

В уравнении (25) левую часть разложим на коммутативные сомножители, представленные ниже:

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - A_{1in}^2 \right) \left(\frac{d^2}{dz^2} + A_{2in}^2 \right) \left(\frac{d^4}{dz^4} + m_{3in}^2 \frac{d^2}{dz^2} + m_{4in}^2 \right) \left\{K_{2in}, N_{2in}\right\} = 0, \tag{26}$$

где $A_{1in} = \sqrt{B_{1in}}$, $A_{2in} = \sqrt{S_{1in}}$, $m_{3in}^2 = e_{1in} + B_{1in} + S_{1in}$, $m_{4in}^2 = \dfrac{e_{4in}}{B_{1in} S_{2in}}$, B_{1in}, S_{1in} — действительные положительные корни следующих характеристических уравнений:

$$B_{in}^4 + e_{1in} B_{in}^3 + e_{2in} B_{in}^2 + e_{3in} B_{in} + e_{4in} = 0,$$

$$S_{in}^3 - \left(e_{1in} + B_{1in}\right) S_{in}^2 + \left(e_{1in} B_{1in} + B_{1in}^2 + e_{2in}\right) S_{in} - \frac{e_{4in}}{B_{1in}} = 0.$$

При исследовании круглой жестко закрепленной пьезокерамической пластины общий интеграл уравнений (26) будет иметь следующий вид:

$$\{K_{2in}, N_{2in}\} = \{D_{1in}, E_{1in}\} exp(A_{1in}z) + \{D_{2in}, E_{2in}\} exp(-A_{1in}z) + \{D_{3in}, E_{3in}\} sin(A_{2in}z) + \\ + \{D_{4in}, E_{4in}\} cos(A_{2in}z) + \{D_{5in}, E_{5in}\} sin(A_{3in}z) + \{D_{6in}, E_{6in}\} cos(A_{3in}z) + \\ + \{D_{7in}, E_{7in}\} sin(A_{4in}z) + \{D_{8in}, E_{8in}\} cos(A_{4in}z), \quad (27)$$

где

$$A_{3in} = \left(\frac{m_{3in}^2 + \sqrt{m_{3in}^4 - 4m_{4in}^2}}{2} \right)^{0,5}, \ A_{4in} = \left(\frac{m_{3in}^2 - \sqrt{m_{3in}^4 - 4m_{4in}^2}}{2} \right)^{0,5}.$$

Здесь следует отметить, что условие о действительных положительных значениях коэффициентов B_{1in}, S_{1in}, $A_{1in} \ldots A_{4in}$ выполняется для большинства конструкций, выполненных из пьезокерамического материала. В противном случае просто меняется структура формул (26), (27).

Учитывая, что ранее были получены связи в результате приведения (21), (23) к (25), получаем выражения для функций $K_1(\lambda_{in}, z)$, $K_3(\lambda_{in}, z)$, $K_4(\lambda_{in}, z)$, $N_1(\lambda_{in}, z)$, $N_3(\lambda_{in}, z)$, $N_4(\lambda_{in}, z)$.

Подстановка $K_1(\lambda_{in}, z) \ldots K_4(\lambda_{in}, z)$, $N_1(\mu_{in}, z) \ldots N_1(\mu_{in}, z)$ в условия (22), (24) позволяет определить постоянные $D_{1in} \ldots D_{8in}$, $E_{1in} \ldots E_{8in}$ и собственные значения λ_{in}, μ_{in}.

Итоговые выражения функций $U(n, z, t)$, $W(n, z, t)$, $\phi(n, z, t)$, $\Theta(n, z, t)$ получим, применяя формулы обращения (17), (8). Тогда, с учетом (6), (12), имеем:

$$U(r,z,t) = 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1(j_n r)}{J_0(j_n)^2} \left[H_1(n,z,t) + \sum_{i=1}^{\infty} G(n,\lambda_{in},t) N_1(\mu_{in},z) \|K_{in}\|^{-2} \right], \quad (28)$$

$$W(r,z,t) = W_1(t) + 2\sum_{n=0}^{\infty} \frac{J_0(j_n r)}{J_0(j_n)^2} \left[H_2(n,z,t) + \sum_{i=1}^{\infty} G(n,\lambda_{in},t) N_2(\mu_{in},z) \|K_{in}\|^{-2} \right],$$

$$\phi(r,z,t) = 2\sum_{n=0}^{\infty} \frac{J_0(j_n r)}{J_0(j_n)^2} \left[H_3(n,z,t) + \sum_{i=1}^{\infty} G(n,\lambda_{in},t) N_3(\mu_{in},z) \|K_{in}\|^{-2} \right],$$

$$\Theta(r,z,t) = 2\sum_{n=0}^{\infty} \frac{J_0(j_n r)}{J_0(j_n)^2} \left[H_4(n,z,t) + \sum_{i=1}^{\infty} G(n,\lambda_{in},t) N_4(\mu_{in},z) \|K_{in}\|^{-2} \right].$$

Функции $f_1(z) \ldots f_{12}(z)$ вычисляются из условия упрощения $F_1 \ldots F_4$ при удовлетворении условий (13):

$$j_n^2 H_1 - a_1 \frac{\partial^2 H_1}{\partial z^2} + a_2 j_n \frac{\partial H_2}{\partial z} - a_3 j_n \frac{\partial H_3}{\partial z} - j_n H_4 = 0,$$

$$a_1 j_n^2 H_2 - a_4 \frac{\partial^2 H_2}{\partial z^2} - a_2 j_n \frac{\partial H_1}{\partial z} + a_5 j_n^2 H_3 - a_6 \frac{\partial^2 H_3}{\partial z^2} + a_7 \frac{\partial H_4}{\partial z} = 0,$$

$$-j_n^2 H_3 + a_8 \frac{\partial^2 H_3}{\partial z^2} - a_9 j_n \frac{\partial H_1}{\partial z} + a_{10} j_n^2 H_2 - a_{11} \frac{\partial^2 H_2}{\partial z^2} - a_{12} j_n H_4 - a_{13} \frac{\partial H_4}{\partial z} = 0,$$

$$j_n^2 H_4 - \frac{\partial^2 H_4}{\partial z^2} = 0.$$

Функция $W_1(t)$ определяется из условия $W(1, h, t) = 0$:

$$W_1(t) = -2\sum_{n=0}^{\infty} \left[H_2(n,h,t) + \sum_{i=1}^{\infty} G(n,\lambda_{in},t) N_2(\mu_{in},h) \|K_i\|^{-2} \right] J_0(j_n)^{-1}.$$

Для качественной оценки индуцируемого электрического импульса на его верхней лицевой поверхности необходимо сформировать два электрода с радиусом раздела R и подключением их к измерительному прибору. В этом случае потенциал $\phi_0(r, t)$, индуцируемый на двух эквипотенциальных поверхностях, представляется в виде:

$$\phi_0(r,t) = \phi_{01}(t) H(R-r) + \phi_{02}(t) H(r-R), \quad (29)$$

где $H(\ldots)$ — единичная функция Хэвисайда.

Подстановка (29) в (5) позволяет определить выражения для определения потенциалов $\phi_0(t)$, $\phi_{02}(t)$:

$$\int_0^R D_{z|z=0} r dr = \int_R^1 D_{z|z=0} r dr = 0. \quad (30)$$

В результате решения (30) функции $\phi_0(t)$, $\phi_{02}(t)$ определяются следующим образом:

$$\phi_{01}(t)=Q_{01}^{-1}\left[Q_1(t)+Q_2(t)+Q_3(t)\right],\ \phi_{02}(t)=Q_{02}^{-1}\left[-Q_1(t)+\frac{1-R^2}{R^2}Q_2(t)+Q_4(t)\right],$$

где

$$Q_1(t)=R\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_1(j_nR)}{J_0(j_n)^2}\left\{\frac{a_{10}}{a_5}H_1^*(n,0,t)+\frac{a_{11}}{j_n}\frac{\partial H_2^*(n,z,t)}{\partial z}_{|z=0}-\frac{a_8}{j_n}\frac{\partial H_3^*(n,z,t)}{\partial z}_{|z=0}+\right.$$

$$\left.+\sum_{i=1}^{\infty}\frac{G(\lambda_{in},0,t)}{\|K_{in}\|^2}\left[\frac{a_{10}}{a_5}K_1(\lambda_{in},0)+\frac{a_{11}}{j_n}\frac{dK_2(\lambda_{in},z)}{dz}_{|z=0}-\frac{a_8}{j_n}\frac{dK_3(\lambda_{in},z)}{dz}_{|z=0}\right]\right\},$$

$$Q_2(t)=R^2\left[a_{11}\frac{\partial H_2^*(0,z,t)}{\partial z}_{|z=0}-a_8\frac{\partial H_3^*(0,z,t)}{\partial z}_{|z=0}+\sum_{i=1}^{\infty}\frac{G(\lambda_{i0},0,t)}{\|K_{i0}\|^2}\left[a_{11}\frac{dK_2(\lambda_{i0},z)}{dz}_{|z=0}-a_8\frac{dK_3(\lambda_{i0},z)}{dz}_{|z=0}\right]\right],$$

$$Q_3(t)=a_{13}\int_0^R\omega_1(r,t)rdr,\ Q_4(t)=a_{13}\int_R^1\omega_1(r,t)rdr,$$

$$Q_{01}=-\left\{\frac{R^4}{2}\left[a_{11}\frac{df_{10}(z)}{dz}_{|z=0}-a_8\frac{df_{11}(z)}{dz}_{|z=0}\right]+2R^2\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{J_1(j_nR)}{J_0(j_n)}\right]^2\left[\frac{a_{10}}{a_5}f_9(z)+\frac{a_{11}}{j_n}\frac{df_{10}(z)}{dz}_{|z=0}-\frac{a_8}{j_n}\frac{df_{11}(z)}{dz}_{|z=0}\right]\right\},$$

$$Q_{02}=-\left\{\frac{\left(1-R^2\right)^2}{2}\left[a_{11}\frac{df_{10}(z)}{dz}_{|z=0}-a_8\frac{df_{11}(z)}{dz}_{|z=0}\right]+2R^2\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{J_1(j_nR)}{J_0(j_n)}\right]^2\left[\frac{a_{10}}{a_5}f_9(z)+\frac{a_{11}}{j_n}\frac{df_{10}(z)}{dz}_{|z=0}-\frac{a_8}{j_n}\frac{df_{11}(z)}{dz}_{|z=0}\right]\right\}.$$

В этом случае разность потенциалов $V(t)$ определяется равенством:

$$V(t)=\phi_{01}(t)-\phi_{02}(t). \qquad (31)$$

Результаты исследования. Численные результаты представлены для пластины, изготовленной из пьезокерамики состава PZT–4 [4, 11, 16]:

$$\{C_{11},C_{12},C_{13},C_{33},C_{55}\}=\{13{,}9;7{,}78;7{,}43;11{,}5;2{,}26\}\times10^{10}\ \text{Па},\ \{\varepsilon_{11},\varepsilon_{33}\}=\{6{,}46;5{,}62\}\times10^{-9}\ \text{Ф/м},$$

$$\{e_{15},e_{31},e_{33}\}=\{12{,}7;-5{,}2;15{,}1\}\ \text{Кл/м}^2,\ \Lambda=1{,}6\ \text{Вт/}(\text{м}\cdot\text{К}),\ \alpha_t=0{,}4\times10^{-5}\ \text{К}^{-1},$$

$$k=3\times10^6\ \text{Дж/}\left(\text{м}^3\cdot\text{К}\right),\ g_{11}=g_{33}=-0{,}6\times10^{-4}\ \text{Кл/(м}^2\cdot\text{К)},\ \beta_{rel}=10^{-4}\ \text{с},\ \alpha=5{,}6\ \text{Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

Исследуется следующий случай изменения температуры $\omega_1^*(r_*,t_*)$:

$$\omega_1^*(r_*,t_*)=\left(1-\frac{r_*}{b}\right)T_{max}^*\left[sin\left(\frac{\pi}{2t_{max}^*}t_*\right)H\left(t_{max}^*-t_*\right)+H\left(t_*-t_{max}^*\right)\right],$$

где T_{max}^*, t_{max}^* — максимальное значение температуры и соответствующее ему время $\left(T_{max}^*=100\ °\text{C}, T_0=20\ °\text{C}\right)$.

На рис. 2 приведены графики, отражающие в различные моменты времени $\left(t_{max}^*=0{,}1\ \text{с}\right)$ изменение температуры $\Theta^*(0, z, t)$ в толщине пластины ($b = 14\times10^{-3}$ м, $h^* = 1\times10^{-3}$ м).

По результатам расчета наблюдается, что вследствие высокого коэффициента теплопроводности и небольшой толщины пьезокерамической пластины, установившийся температурный режим формируется достаточно быстро $\left(t_{max}^*=10\ \text{с}\right)$ при достижении $\Theta^*(0, z, t)$ на нижней лицевой поверхности ($z = h$) 78 °C (рис. 2).

На рис. 3 показано изменение $\Theta^*\left(0,h/2,t\right)$ по времени $\left(t_{max}^*=3\times10^{-5}\ \text{с}\right)$ с учетом (представлено сплошной линией) и без учета (представлено пунктирной линий, $\beta=0$) релаксации теплового потока ($b = 14\times10^{-5}$ м, $h^* = 1\times10^{-5}$ м). Необходимо подчеркнуть, что использование гиперболического уравнения теплопроводности Лорда-Шульмана необходимо только при исследовании пьезокерамической конструкции микро-размеров при очень быстром изменении $\omega_1^*(r_*,t_*)$.

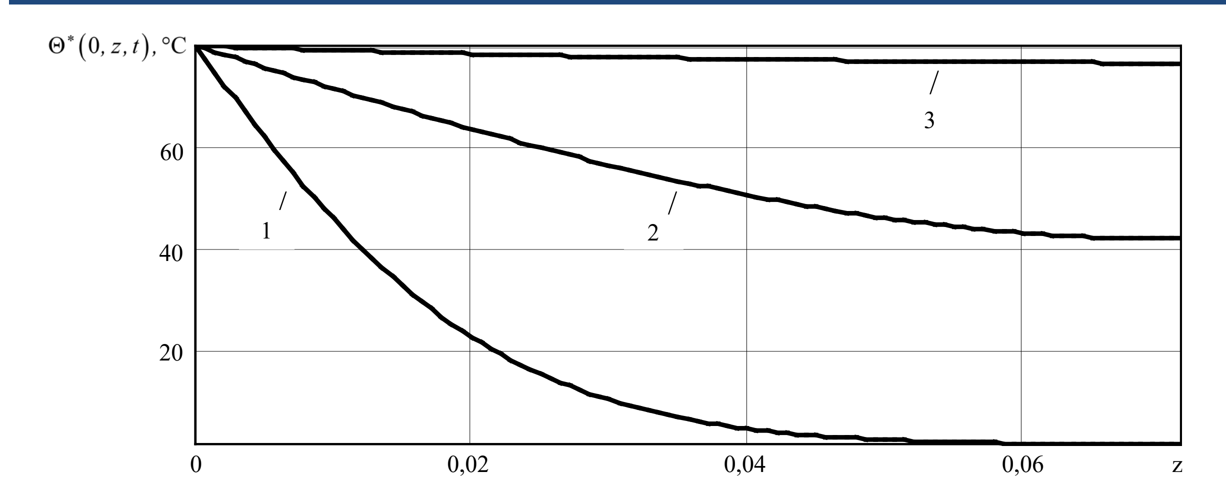


Рис. 2. Графики $\Theta^*(0,z,t) - z$: $1 — t = t^*_{max}$; $2 — t = 10t^*_{max}$; $3 — t = 100t^*_{max}$

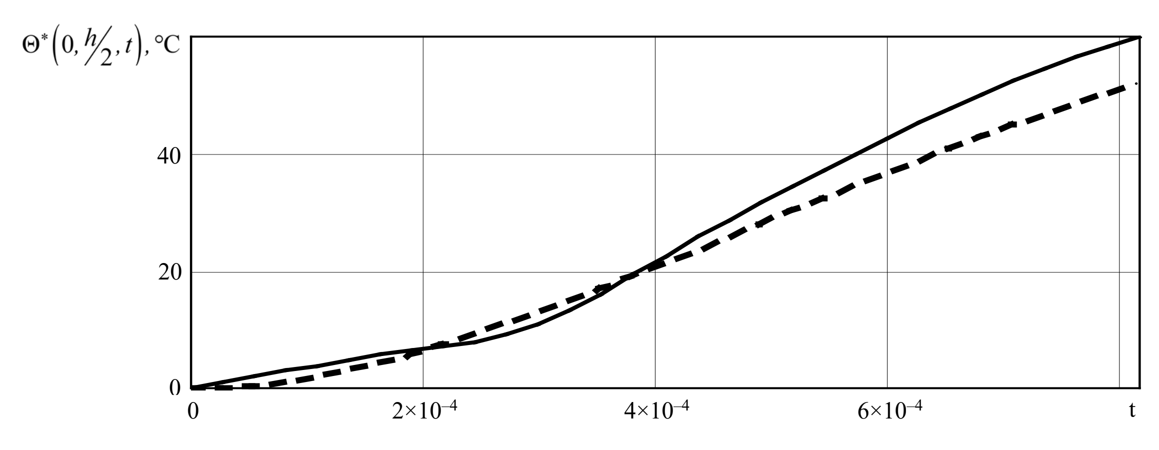


Рис. 3. Графики $\Theta^*\left(0, h/2, t\right) - t\left(t = \frac{\Lambda}{kb^2} t_*\right)$:

сплошная линия — $\beta = 10^{-5}$ (с); пунктирная линия — $\beta = 0$

Численные результаты определения функции $\Theta^*(r, z, t)$ показывают, что при проведении исследования конструкции из пьезокерамического материала возможно пренебречь влиянием скорости изменения объема тела и напряженности на температурное поле, т.е. использовать в расчетах только уравнение теплопроводности.

На рис. 4 представлен график перемещений $W^*(0, z, t)$ по времени t, а на рис. 5 зависимости изменения радиальной компоненты нормальных напряжений $\sigma_{rr}(r, z, t)$ по координате r в различные моменты времени: $1 - t = t_{max}$, $2 - t = 10t_{max}$ $\left(t^*_{max} = 1 \text{ с}\right)$, сплошная линия — $z = 0$, пунктирная линия — $z = h$.

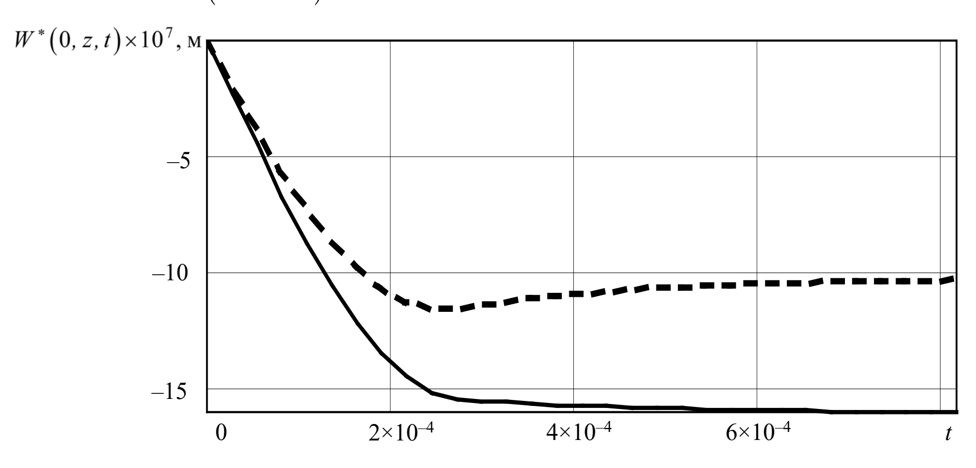


Рис. 4. Графики $W^*(0, z, t) - t$

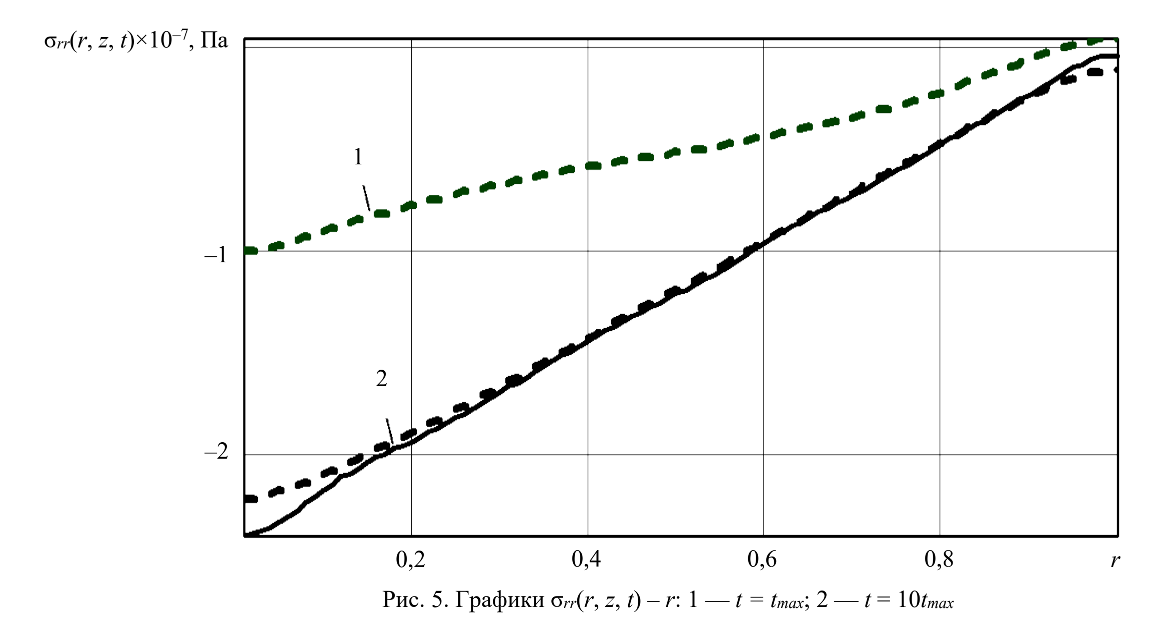


Рис. 5. Графики $\sigma_{rr}(r, z, t) - r$: 1 — $t = t_{max}$; 2 — $t = 10t_{max}$

Следует отметить, что в процессе прогрева пластина изгибается с увеличением ее толщины, за счет закрепления образуются сжимающие нормальные напряжений $\sigma_{rr}(r, z, t)$ во всех точках. В случае полного прогрева конструкции ($t = 10t_{max}$) величина нормальных напряжений $\sigma_{rr}(r, z, 10t_{max})$ по высоте сечения практически совпадают (рис. 5, график 2, сплошная и пунктирная линии). При этом $\sigma_{rr}(r, 0, t)$ остается постоянной на всем промежутке времени $t \geq t_{max}$ (рис. 5, сплошная линия), а на нижней плоскости в начальный момент времени $\sigma_{rr}(r, h, t)$ существенно меньше (рис. 5, график 1, пунктирная линия).

Для качественной оценки индуцируемого электрического импульса в виде разности потенциалов $V(t)$ (31) на верхней лицевой поверхности рассматриваемого элемента необходимо сформировать два электрода с радиусом раздела $R = 0{,}7$ и подключением их к измерительному прибору (рис. 6, сплошная линия). При этом определение $V(t)$ путем подключения верхней и нижней (заземленной) сплошных электродированных поверхностей пластины к вольтметру (рис. 6, пунктирная линия) неэффективно.

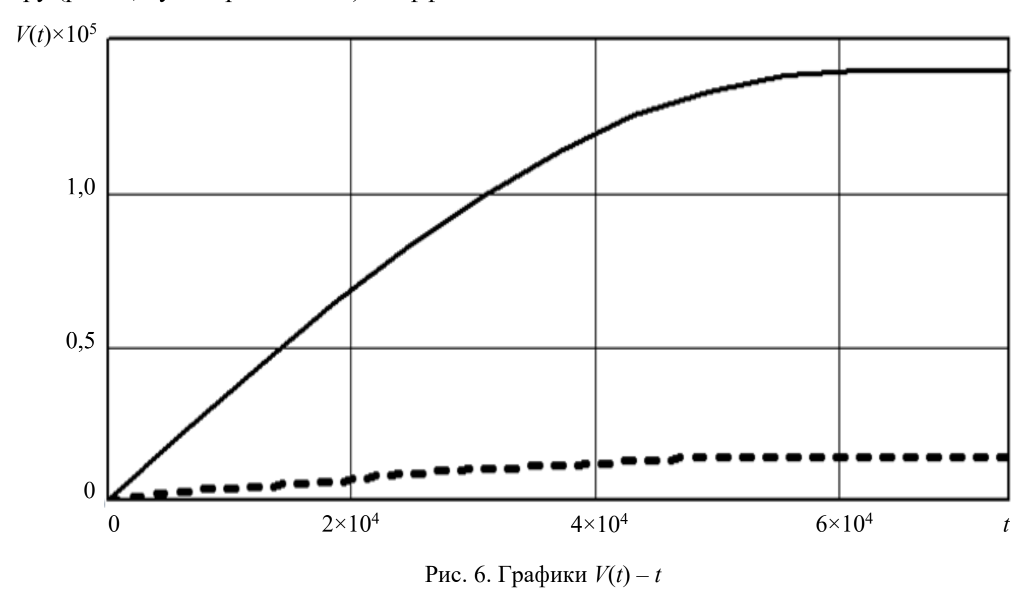


Рис. 6. Графики $V(t) - t$

Обсуждение и заключение. Разработанное замкнутое решение связанной осесимметричной задачи термоэлектроупругости для круглой пластины, выполненной из пьезокерамического материала, является более точным по сравнению с решением, которое было разработано при решении задач в несвязанной постановке. Связано это с тем, что полученные расчетные соотношения позволяют определить, как влияет на напряженно-деформированное состояние и электрическое поле рассматриваемого элемента нестационарное температурное поле, что позволяет описывать с большей точностью поведение круглой пьезокерамической пластины под действием тепловой и электрической нагрузок. Кроме того, появляется возможность научно обосновать размеры двух несвязанных между собой электродов, позволяющих наиболее эффективно измерить индуцируемый электрический импульс.

Список литературы / References

1. Ионов Б.П., Ионов А.Б. Спектрально-статистический подход к бесконтактному измерению температуры. *Датчики и системы*. 2009;(2):9–12. URL: https://rucont.ru/efd/600855(дата обращения: 30.11.2023).

Ionov BP, Ionov AB. Statistic-Spectral Approach to Noncontact Temperature Measurement. *Sensors & Systems*. 2009;117(2):9–12. URL: https://rucont.ru/efd/600855 (accessed: 30.11.2023).

2. Казарян А.А. Тонкопленочный датчик давления и температуры. *Датчики и системы*. 2016;(3):50–56. URL: https://rucont.ru/efd/579511(дата обращения: 30.11.2023).

Kazaryan AA. Fine-Film Captive Pressure and Temperature. *Sensors & Systems*. 2016;(3):50–56. URL: https://rucont.ru/efd/579511 (accessed: 30.11.2023).

3. Паньков А.А. Резонансная диагностика распределения температуры пьезоэлектролюминесцентным оптоволоконным датчиком по решению интегрального уравнения Фредгольма. *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. 2018;(2):72–82. https://doi.org/10.15593/perm.mech/2018.2.07

Pan'kov AA. Resonant Diagnostics of Temperature Distribution by the Piezo-Electro-Luminescent Fiber-Optical Sensor according to the Solution of the Fredholm Integral Equation. *PNPRU Mechanics Bulletin*. 2018;(2):72–82. https://doi.org/10.15593/perm.mech/2018.2.07

4. Saadatfar M, Razavi AS. Piezoelectric Hollow Cylinder with Thermal Gradient. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2009;23:45–53. https://doi.org/10.1007/s12206-008-1002-8

5. Weiqiu Chen, Tadashi Shioya. Piezothermoelastic Behavior of a Pyroelectric Spherical Shell. *Journal Thermal Stresses*. 2001;24:105–120. http://doi.org/10.1080/01495730150500424

6. Podil'chuk YuN. Exact Analytical Solutions of Static Electroelastic and Thermoelectroelastic Problems for a Transversely Isotropic Body in Curvilinear Coordinate Systems. *International Applied Mechanics.* 2003;39(2):132–170. https://doi.org/10.1023/A:1023953313612

7. Shlyakhin DA, Kalmova MA. Uncoupled Problem of Thermoelectroelasticity for a Cylindrical Shell. In: P Akimov, N Vatin (eds). *XXX Russian-Polish-Slovak Seminar Theoretical Foundation of Civil Engineering (RSP 2021)*. Cham: Springer. 2022;189:263–271. https://doi.org/10.1007/978-3-030-86001-1_31

8. Шляхин Д.А., Савинова Е.В., Юрин В.А. Динамическая задача термоэлектроупругости для круглой жестко закрепленной пластины. *Вестник Инженерной школы Дальневосточного федерального университета*. 2022;50(1):3–16. https://doi.org/10.24866/2227-6858/2022-1/3-16

Shlyakhin DA, Savinova EV, Yurin VA. Dynamic Problem of Thermoelectricity for Round Rigidly Fixed Plate. *FEFU: School of Engineering Bulletin*. 2022;50(1):3–16. https://doi.org/10.24866/2227-6858/2022-1/3-16

9. Ватульян А.О. Тепловой удар по термоэлектроупругому слою. *Вестник Донского государственного технического университета*. 2001;1(1):82–89.

Vatulyan AO. Heat Stroke on a Thermoelectroelastic Layer. *Vestnik of DSTU*. 2001;1(1):82–89. (In Russ.).

10. Ватульян А.О., Нестеров С.А. Динамическая задача термоэлектроупругости для функционально-градиентного слоя. *Вычислительная механика сплошных сред*. 2017;10(2):117–126. https://doi.org/10.7242/1999-6691/2017.10.2.10

Vatulyan AO, Nesterov SA. The Dynamic Problem of Thermoelectroelasticity for Functionally Graded Layer. *Computational Continuum Mechanics*. 2017;10(2):117–126. https://doi.org/10.7242/1999-6691/2017.10.2.10

11. Shang F, Kuna M, Kitamura T. Theoretical Investigation of an Elliptical Crack in Thermopiezoelectric Material. Part 1: Analytical Development. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics.* 2003;40(3):237–246. https://doi.org/10.1016/J.TAFMEC.2003.08.003

12. Kirilyuk VS. Thermostressed State of a Piezoelectric Body with a Plate Crack under Symmetric Thermal Load. *International Applied Mechanics*. 2008;44(3):320–330. http://doi.org/10.1007/s10778-008-0048-8

13. Шляхин Д.А., Кальмова М.А. Связанная нестационарная задача термоэлектроупругости для длинного полого цилиндра. *Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки*. 2020;24(4):677–691. https://doi.org/10.14498/vsgtu1781

Shlyakhin DA, Kal'mova MA. The Coupled Non-Stationary Thermo-Electro-Elasticity Problem for a Long Hollow Cylinder. *Journal of Samara State Technical University, Ser. Physical and Mathematical Sciences*. 2020;24(4):677–691. https://doi.org/10.14498/vsgtu1781

14. Шляхин Д.А., Кальмова М.А. Нестационарная задача термоэлектроупругости для длинного пьезокерамического цилиндра. *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. 2021;(2):181–190. https://doi.org/10.15593/perm.mech/2021.2.16

Shlyakhin DA., Kalmova MA. The Nonstationary Thermoelectric Elasticity Problem for a Long Piezoceramic Cylinder. *PNPRU Mechanics Bulletin*. 2021;(2):181–190. https://doi.org/10.15593/perm.mech/2021.2.16

15. Сеницкий Ю.Э. Метод конечных интегральных преобразований — обобщение классической процедуры разложения по собственным вектор-функциям. *Известия Саратовского университета. Новая серия. Математика. Механика. Информатика*. 2011;11(3–1):61–89. https://doi.org/10.18500/1816-9791-2011-11-3-1-61-89

Senitsky YuE. Finite Integral Transformations Method – Generalization of Classic Procedure for Eigenvector Decomposition. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*. 2011;11(3-1):61–89. https://doi.org/10.18500/1816-9791-2011-11-3-1-61-89

16. Selvamani R. Influence of Thermo-Piezoelectric Field in a Circular Bar Subjected to Thermal Loading due to Laser Pulse. *Materials Physics and Mechanics*. 2016;27(1):1–8. URL: https://www.ipme.ru/e-journals/MPM/no_12716/MPM127_01_selvamani.pdf (accessed: 30.11.2023).

Об авторах:

Дмитрий Аверкиевич Шляхин, доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой строительной механики, инженерной геологии, основания и фундаментов Самарского государственного технического университета (443100, РФ, г. Самара ул. Молодогвардейская, 244), SPIN-код: 7802-5059, ORCID, d-612-mit2009@yandex.ru

Елена Владимировна Савинова, аспирант, старший преподаватель кафедры строительной механики, инженерной геологии, основания и фундаментов Самарского государственного технического университета (443100, РФ, г. Самара ул. Молодогвардейская, 244), SPIN-код: 7027-4822, ORCID, slenax@yandex.ru

Заявленный вклад авторов:

Д.А. Шляхин — научное руководство, формирование основной концепции, цели и задачи исследования, проведение расчетов, формирование выводов.

Е.В. Савинова — подготовка текста, анализ результатов исследования, доработка текста, корректировка выводов.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Поступила в редакцию 15.12.2023
Поступила после рецензирования 11.01.2024
Принята к публикации 18.01.2024

About the Authors:

Dmitriy A. Shlyakhin, Dr.Sci. (Eng.), Associate Professor, Head of the Structural Mechanics, Engineering Geology, Foundation Engineering Department, Samara Polytekh (244, Molodogvardeyskaya St., Samara, 443100, RF), SPIN-code: 7802-5059, ORCID, d-612-mit2009@yandex.ru

Elena V. Savinova, postgraduate student, senior lecturer of the Structural Mechanics, Engineering Geology, Foundation Engineering Department, Samara Polytekh (244, Molodogvardeyskaya St., Samara, 443100, RF), SPIN-code: 7027-4822, ORCID, slenax@yandex.ru

Claimed contributorship:

AD Shlyakhin: academic advising, basic concept formulation, research objectives and tasks, calculations, formulation of conclusions.

EV Savinova: text preparation, analysis of the research results, revision of the text, correction of the conclusions.

Conflict of interest statement: the authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final version of the manuscript.

Received 15.12.2023
Revised 11.01.2024
Accepted 18.01.2024

МЕХАНИКА
MECHANICS



Check for updates

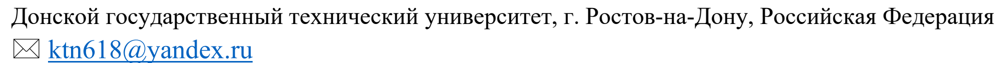
УДК 532.135, 624.04
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-36-47

Научная статья

Прогнозирование реологических параметров полимеров методами машинного обучения



EDN: HTOURY



Т.Н. Кондратьева ✉, **А.С. Чепурненко**
Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
✉ ktn618@yandex.ru

Аннотация

Введение. Для всех полимерных материалов и композитов на их основе характерны явно выраженные реологические свойства, прогнозирование которых является одной из важнейших задач механики полимеров. Большие возможности для прогнозирования реологических параметров полимеров открывают методы машинного обучения. Ранее проводились исследования на предмет построения прогнозных моделей с использованием искусственных нейронных сетей и алгоритма CatBoost. Наряду с этими методами, благодаря возможности обрабатывать данные с сильно нелинейными зависимостями между признаками, широкое применение в смежных областях находят методы машинного обучения — метод *k*-ближайших соседей и метод опорных векторов (SVM). Однако ранее к проблеме, рассмотренной в данной статье, эти методы не применялись. Целью работы явилась разработка прогнозной модели для оценки реологических параметров полимеров методами искусственного интеллекта на примере поливинилхлорида.

Материалы и методы. В работе применены метод *k*-ближайших соседей и метод опорных векторов для определения реологических параметров полимеров на основе кривых релаксации напряжений. Обучение моделей выполнялось на синтетических данных, сгенерированных на основе теоретических кривых релаксации, построенных с использованием нелинейного уравнения Максвелла-Гуревича. Входными параметрами моделей выступали величина деформации, при которой производился эксперимент, начальное напряжение, напряжение в конце процесса релаксации, время релаксации и условное время окончания процесса. Выходные параметры: модуль скорости и коэффициент начальной релаксационной вязкости. Модели разработаны в среде Jupyter Notebook на языке Python.

Результаты исследования. Построены новые прогнозные модели для определения реологических параметров полимеров на основе методов искусственного интеллекта. Предложенные модели обеспечивают высокое качество прогнозирования. Метрики качества модели в алгоритме SVR составляют: MAE — 1,67 и 0,72; MSE — 5,75 и 1,21; RMSE — 1,67 и 1,1; MAPE — 8,92 и 7,3 для параметров начальной релаксационной вязкости и модуля скорости соответственно с коэффициентом детерминации R^2 — 0,98. Разработанные модели показали среднюю абсолютную процентную ошибку в диапазоне 5,9–8,9 %. Помимо синтетических данных, разработанные модели также апробировалась на реальных экспериментальных данных для поливинилхлорида в диапазоне температур от 20° до 60 °C.

Обсуждение и заключение. Апробация разработанных моделей на реальных экспериментальных кривых показала высокое качество их аппроксимации, сопоставимое с другими методами. Таким образом, алгоритмы *k*-ближайших соседей и SVM могут использоваться для прогнозирования реологических параметров полимеров как альтернатива искусственным нейронным сетям и алгоритму CatBoost, требующая меньших усилий по предварительной настройке. При этом в данном исследовании наиболее предпочтительным методом машинного обучения оказался метод SVM, так как он более эффективен в обработке большого числа признаков.

Ключевые слова: реология, полимеры, искусственный интеллект, машинное обучение, *k*-ближайшие соседи, опорная векторная регрессия

Благодарности. Авторы выражают благодарность редакции и рецензентам за внимательное отношение к статье и указанные замечания, которые позволили повысить ее качество.

Для цитирования. Кондратьева Т.Н., Чепурненко А.С. Прогнозирование реологических параметров полимеров методами машинного обучения. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2024;24(1):36–47. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-36-47

Research article

Prediction of Rheological Parameters of Polymers by Machine Learning Methods

Tatiana N. Kondratieva ✉, **Anton S. Chepurnenko**
Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
✉ ktn618@yandex.ru

Abstract
Introduction. All polymer materials and composites based on them are characterized by pronounced rheological properties, the prediction of which is one of the most critical tasks of polymer mechanics. Machine learning methods open up great opportunities in predicting the rheological parameters of polymers. Previously, studies were conducted on the construction of predictive models using artificial neural networks and the CatBoost algorithm. Along with these methods, due to the capability to process data with highly nonlinear dependences between features, machine learning methods such as the *k*-nearest neighbor method, and the support vector machine (SVM) method, are widely used in related areas. However, these methods have not been applied to the problem discussed in this article before. The objective of the research was to develop a predictive model for evaluating the rheological parameters of polymers using artificial intelligence methods by the example of polyvinyl chloride.
Materials and Methods. This paper used *k*-nearest neighbor method and the support vector machine to determine the rheological parameters of polymers based on stress relaxation curves. The models were trained on synthetic data generated from theoretical relaxation curves constructed using the nonlinear Maxwell-Gurevich equation. The input parameters of the models were the amount of deformation at which the experiment was performed, the initial stress, the stress at the end of the relaxation process, the relaxation time, and the conditional end time of the process. The output parameters included velocity modulus and initial relaxation viscosity coefficient. The models were developed in the Jupyter Notebook environment in Python.
Results. New predictive models were built to determine the rheological parameters of polymers based on artificial intelligence methods. The proposed models provided high quality prediction. The model quality metrics in the SVR algorithm were: MAE – 1.67 and 0.72; MSE – 5.75 and 1.21; RMSE – 1.67 and 1.1; MAPE – 8.92 and 7.3 for the parameters of the initial relaxation viscosity and velocity modulus, respectively, with the coefficient of determination R^2 – 0.98. The developed models showed an average absolute percentage error in the range of 5.9 – 8.9%. In addition to synthetic data, the developed models were also tested on real experimental data for polyvinyl chloride in the temperature range from 20° to 60°C.
Discussion and Conclusion. The approbation of the developed models on real experimental curves showed a high quality of their approximation, comparable to other methods. Thus, the *k*-nearest neighbor algorithm and SVM can be used to predict the rheological parameters of polymers as an alternative to artificial neural networks and the CatBoost algorithm, requiring less effort to preset adjustment. At the same time, in this research, the SVM method turned out to be the most preferred method of machine learning, since it is more effective in processing a large number of features.

Keywords: rheology, polymers, artificial intelligence, machine learning, *k*-nearest neighbors, support vector regression

Acknowledgements. The authors would like to thank the Editorial board and the reviewers for their attentive attitude to the article and the specified comments that improved its quality.

For citation. Kondratieva TN, Chepurnenko AS. Prediction of Rheological Parameters of Polymers by Machine Learning Methods. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2024;24(1):36–47. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-36-47

Введение. Полимеры применяются в различных областях промышленности, включая производство пластика, текстиля, упаковочных материалов и многих других. Точное прогнозирование реологических параметров полимеров является сложной задачей, имеющей важное значение для оптимизации производственных процессов и создания продуктов с желаемыми свойствами.

На сегодняшний день методы машинного обучения приобрели большую популярность в различных областях, включая химию и материаловедение, благодаря своей способности эффективно обрабатывать и анализировать большие объемы данных. Данные методы позволяют прогнозировать свойства материалов. В работе [1] описана платформа, основанная на машинном обучении, предложена интеграция метрологического обеспечения в

условиях цифровой трансформации. В [2] прогнозируется локальное распределение деформации, развитие пластической анизотропии и разрушения в аддитивно изготовленных сплавах. Проблемы разработки регуляторов измерительного контроля на цифровых платформах сформулированы в работе [3]. Интеллектуальная модель управления параметрами сварки соединений внахлестку построена в [4]. Однако вопросы применения методов машинного обучения для прогнозирования реологических свойств полимеров остаются недостаточно исследованными. Это вызвано как техническими, так и методологическими сложностями, такими как неоднородность структуры полимеров, их чувствительность к внешним условиям и сложные взаимодействия между молекулами в процессе деформации.

Исследования в области реологических свойств полимеров и композитов методами машинного обучения несут большие перспективы в строительной индустрии [5]. Для многих полимеров экспериментальные данные хорошо описывает обобщенное нелинейное уравнение Максвелла-Гуревича [6], для одноосного напряженного состояния имеющее вид [7]:

$$\frac{\partial \varepsilon^*}{\partial t} = \frac{f^*}{\eta^*},$$
$$f^* = \sigma - E_\infty \varepsilon^*, \quad (1)$$
$$\frac{1}{\eta^*} = \frac{1}{\eta_0^*} exp\left(\frac{\left|f^*\right|}{m^*}\right),$$

где ε^* — деформация ползучести; f^* — функция напряжений; σ — напряжение; E_∞ — модуль высокоэластичности; η_0^* — начальная релаксационная вязкость; m^* — модуль скорости.

Для определения реологических параметров полимеров, таких как начальная релаксационная вязкость (далее просто «вязкость») и модуль скорости, можно использовать различные интеллектуальные модели машинного обучения [8, 9]. Например, одной из таких моделей является нейронная сеть, которая может обучаться на сгенерированных наборах данных для определения оптимальных параметров полимеров [10].

Прогнозирование на синтезированных данных достаточно распространённая практика, в том числе для методов нелинейной оптимизации [11, 12]. Одним из способов генерации данных выступает применение функций Розенброка, Химмельблау, Бута [13], которые эффективно используются для тестирования методов оптимизации, таких как методы градиентного спуска, генетические алгоритмы и метод Ньютона. Такой подход применен в работе [14], где для проверки эффективности различных методов оптимизации сгенерирован набор данных на основе теоретических кривых релаксации напряжений с использованием нелинейного уравнения Максвелла-Гуревича.

В работе [15] для прогнозирования долговечности железобетонной балки приведено несколько подходов машинного обучения, такие как нейронная сеть обратного распространения, линейная и гребневая регрессия, дерево решений, случайный лес. Входными параметрами исследования явились как различные характеристики материала, так и их свойства, в зависимости от окружающей среды (температура, влажность). В итоге по результатам исследования модель обратного распространения определила более точный прогноз (85 %), средние значения (MAE) и MAPE составили 1,13 % и 14,5 % соответственно.

Другой подход к решению обратных задач теории ползучести методом нейронных сетей основан на обучении модели на больших объемах экспериментальных данных. В работе [16] была разработана нейросетевая модель, которая обучалась на данных, полученных в результате многолетних экспериментов над полимерными материалами, и успешно прогнозировала вязкоупругое поведение этих материалов. Для исследования были использованы данные, полученные в результате экспериментов над образцами различных материалов.

В отличие от вышеперечисленных работ, представленная работа призвана содействовать развитию более точных и надежных методов прогнозирования свойств полимеров, таких как метод *k*-ближайших соседей и метод опорных векторов, что имеет важное значение для различных отраслей промышленности и науки.

Цель исследования заключалась в разработке прогностической модели на основе методов искусственного интеллекта для анализа реологических свойств полимеров. Ранее авторы в своих работах уже применяли алгоритм машинного обучения на основе градиентного бустинга CatBoost для обработки кривых релаксации напряжений [17, 18]. CatBoost является одним из наиболее мощных алгоритмов машинного обучения, применимым для решения не только задач регрессии, но и задач классификации и ранжирования [19].

Метод CatBoost может быть полезным для решения некоторых задач, но он также имеет свои ограничения и недостатки. В связи с этим появился интерес к использованию и других, упомянутых ранее [20], алгоритмов для решения поставленной задачи.

Материалы и методы. Сгенерированный массив данных частично представлен в таблице 1. Данный массив был сформирован на основе теоретических кривых релаксации напряжений, описываемых уравнением Максвелла-Гуревича, по методике, представленной в работе [14]. Диапазоны изменения модуля скорости и начальной релаксационной вязкости в сгенерированном массиве соответствуют реальным диапазонам для поливинилхлорида в интервале температур от 20° до 60 °C. Общее количество численных экспериментов (*n*) составляло 30 000.

Таблица 1

Таблица исходных данных для обучения модели

№	Деформация, %	Напряжение в начале процесса σ_0, МПа	Напряжение в конце процесса σ_∞, МПа	Время релаксации t_n, ч	Условное время окончания процесса t_{95}, ч	Модуль скорости m^*, МПа	Вязкость η_0^*, 10^6 МПа·с
1	1,000	10,000	0,909	0,277	1,484	6,000	3,000
2	2,000	20,000	1,818	0,109	1,003	6,000	3,000
3	3,000	30,000	2,727	0,046	0,820	6,000	3,000
4	1,000	10,000	0,909	0,861	4,615	6,000	9,333
5	2,000	20,000	1,818	0,339	3,122	6,000	9,333
6	3,000	30,000	2,727	0,142	2,552	6,000	9,333
7	1,000	10,000	0,909	1,445	7,747	6,000	15,667
…							
29997	3	45	37,5	0,285	2,476	15	53,666
29998	1	15	12,5	1,003	4,255	15	60
29999	2	30	25,0	0,558	3,371	15	60
30000	3	45	37,5	0,319	2,769	15	60

Набор данных составил пять входных переменных и две выходных переменных. Входные переменные (единица измерения): деформация — ε (%); напряжение в начале процесса — σ_0 (МПа); напряжение в конце процесса — σ_∞ (МПа); время релаксации — t_n (ч); условное время окончания процесса — t_{95} (ч). Выходные переменные (единица измерения): модуль скорости — m^* (МПа); начальная релаксационная вязкость — η_0^* (в таблице 1 и далее просто «вязкость») (10^6 МПа·с). Величины σ_0, σ_∞, t_n и t_{95} схематически показаны на типовой кривой релаксации напряжений, представленной на рис. 1.

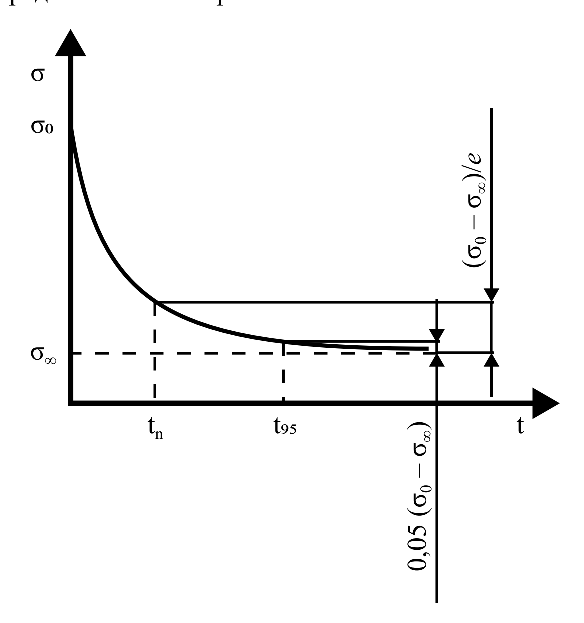


Рис. 1. Типовая кривая релаксации напряжений

Алгоритм *k*-ближайших соседей (*k*-NN) основан на анализе сходства ближайших объектов. Метод *k*-NN пользуется большим спросом при решении различных типов задач машинного обучения.

Формула (2) представляет общий вид алгоритма, где $w(i, x)$ — весовая функция, оценивающая степень важности i-го соседа.

$$F(x)=argmax_{y\in Y}\sum_{i=1}^{m}\left[x_{i;x}=y\right]w(i,x). \tag{2}$$

Максимально суммарный вес может достигаться для нескольких объектов одновременно. Энтропию этого процесса можно регулировать с помощью нелинейной последовательности $w(i, x) = [i \le k]q^i$ (метод экспоненциально взвешенных k-ближайших соседей) при условии, что $0 \le q \le 0{,}5$.

Представляя собой достаточно простой алгоритм машинного обучения, k-NN хорошо применим при решении задач классификации и регрессии. Преимущества данного метода: простота реализации, отсутствие необходимости в предварительном обучении модели. Он используется для любых типов данных, включая категориальные и числовые. Недостатки: склонность к переобучению (при условии, если k слишком мало), низкая производительность при больших объемах данных, нет возможности учитывать взаимосвязь между признаками.

Алгоритм опорных векторов (SVR) — регрессия опорных векторов, решает задачи минимизации суммы средней абсолютной ошибки. SVR является более устойчивым к выбросам, в отличии от метода наименьших квадратов, за счёт коэффициента регуляризации (C) и «эпсилон-нечувствительной трубки» (ε). При этом ε определяет ширину трубки, в которой ошибки игнорируются. Для нахождения минимума функции используется стохастический градиентный спуск.

Алгоритм обучения по методу опорных векторов представляет собой функцию $F(x)$ аппроксимации и регуляризации эмпирического риска, преобразующую обучающую и тестовую выборки в выходные данные для каждого объекта соответствующей выборки. Формула (3) представляет общий вид алгоритма; (4) — линейно разделимая выборка; (5) — линейно неразделимая выборка, где C — коэффициент регуляризации; $M_i(w, w_0)$ — скалярное произведение векторов (признака и опорного вектора); w_i — весовые коэффициенты.

$$F(x)=C\sum_{i=1}^{l}\left(1-M_i(w,w_0)\right)+\frac{1}{2}\|w\|^2\to\min_{w,w_0}F(x). \tag{3}$$

$$\begin{cases}\frac{1}{2}\|w\|^2\to\min\limits_{w,w_0}F(x);\\ M_i(w,w_0)\ge 1,\ i=\{1:l\}.\end{cases} \tag{4}$$

$$\begin{cases}\frac{1}{2}\|w\|^2+C\sum_{i=1}^{l}\varepsilon_i\to\min\limits_{w,w_0}F(x);\\ M_i(w,w_0)\ge 1-\varepsilon_i,\ i=\{1:l\};\\ \varepsilon_i\ge 0,\ i=\{1:l\}.\end{cases} \tag{5}$$

Функция $K(x,x')$ есть функция от пары объектов (x,x'), представима в виде скалярного произведения в некотором пространстве H, для которого имеет место преобразование $\psi : X \to H$. Функция $K : X \times X \to R$ — ядро, если $K(x,x')=(\psi(x),\psi(x'))$, при условии, что K симметричная: $K(x,x')=K(x,x')$ и неотрицательно определённая: $\iint K(x,x')g(x)g(x')dxdx',\ \forall g : X \to R.$ Коэффициент регуляризации определяется методом скользящего контроля.

Преимущества метода SVM: высокая точность в задачах классификации в нелинейных пространствах; способность работать с большим количеством признаков (включая категориальные и числовые), обобщать данные (что позволяет применять модель для новых данных), работать с данными, которые не являются линейно разделимыми благодаря использованию ядерных функций.

Недостатки метода SVM: неэффективность работы с большими объемами данных; низкая интерпретируемость модели; требование настройки множества параметров, таких как тип ядра (его параметры, параметры регуляризации) и т.д.

В данном исследовании алгоритмы разрабатываются в интеллектуальной вычислительной среде Jupyter Notebook методами машинного обучения.

В качестве алгоритма обучения рассматривалась функция $F(x)$, преобразующая обучающую $\{x_i\}_{i=1}^{m}\in X^m$ и тестовую выборки $\{x_i'\}_{i=1}^{l}\in X^l$ в выходные данные при обучении $\{y_i\}_{i=1}^{m}\in X^m$ и при тестировании $\{y_i'\}_{i=1}^{l}\in X^l$ для каждого объекта соответствующей выборки. Обучение вектора параметров $w_i\in W$ встроено внутри алгоритма.

В условиях представленной задачи: $\{y_i\}_{i=1}^{m}$ — фактические значения вязкости η_0^* (в начале релаксационного процесса) и модуля скорости m^*; $\{y_i'\}_{i=1}^{m}$ — прогнозируемые значения вязкости η_0^* (в начале релаксационного процесса) и модуля скорости m^*.

Подбор такого параметра, как количество соседей, влияет на обобщающую способность разработанной модели и является важным для её корректной работы. Наиболее подходящий алгоритм расчёта расстояния на основе данных является Distance, при котором веса объектов обратно пропорциональны их расстоянию. Соответственно, в случае более близких соседей объекта запроса, они имеют большее влияние, нежели их соседи, находящиеся на большем расстоянии от объекта.

Набор данных разбит на обучающую и тестовую выборки в соотношении 75/25. В свою очередь, 20 % обучающей выборки становится валидационной. Размерность выборок составила: обучающая — $x_{train} = 20\,400$; тестовая — $x_{test} = 6\,000$; валидационная — $x_{eval} = 3\,600$. Для переменных y_{train}, y_{test}, y_{eval} данные распределены аналогичным образом.

Для построения модели k-ближайших соседей были выбраны следующие параметры: количество соседей, размер листа, интервал, функция веса. Диапазон и функционал значений для настраиваемых параметров представлен в таблице 2.

Таблица 2

Таблица параметров для модели k-NN

№	Параметр	Значение	Функционал
1	Количество соседей (k)	3, 5, 7, 9	Определяет оптимальное количество соседей для запроса
2	Размер листа (n)	15, 20, 30	Определяет скорость построения запроса и необходимую память для хранения дерева
3	Интервал (p)	1 (l1), 2 (l2)	Определяет параметр мощности (метрика Минковского)
4	Функция веса (w)	'uniform', 'distance'	Прогнозирование весов

Для построения модели SVR были выбраны следующие параметры: тип ядра, порядок ядра, коэффициент регуляризации (квадратичный регуляризатор), ε. Диапазон и функционал значений для настраиваемых параметров представлены в таблице 3.

Таблица 3

Таблица параметров для модели SVR

№	Параметр	Значение	Функционал
1	Тип ядра	'linear'; 'poly'; 'rbf'; 'sigmoid'	Определяет тип гиперплоскости (линейная/нелинейная)
2	Порядок ядра	1, 2, 3, 4, 5, 7	Определяет степень полиномиальной функции ядра
3	Квадратичный регуляризатор (C)	2; 3; 4; 5; 7; 10	Решает проблемы мультиколлинеальности вектор и переобучения модели
4	ε	0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2; 3	Определяет отклонение объекта (мера близости)

Результаты исследования

На рис. 2 представлены корреляционные связи между переменными.

Можно отметить следующие виды линейных корреляционных связей между отдельными входными и выходными переменными модели:

– достаточно сильные — между переменными «Деформация» и «Напряжение в начале» $\rho_{\sigma_0\varepsilon} = 0{,}93$; «Время релаксации» и «Время окончания процесса» $\rho_{t_n t_{95}} = 0{,}93$;

– средние — между переменными «Деформация» и «Напряжение в конце» $\rho_{\sigma_\infty\varepsilon} = 0{,}71$; «Напряжение в начале» и «Напряжение в конце» $\rho_{\sigma_0\sigma_\infty} = 0{,}75$;

– слабые — между переменными «Время окончания процесса» и «Вязкость» $\rho_{\eta^* t_{95}} = 0{,}58$; «Вязкость» и «Время релаксации» $\rho_{\eta^*\varepsilon} = 0{,}46$.

Наличие умеренной корреляционной связи между переменными или её отсутствие говорит лишь об отсутствии линейной связи, следовательно, возможно наличие нелинейной связи между переменными.

	Деформация	Напряжение в начале	Напряжение в конце	Время релаксации	Время окончания процесса	Модуль скорости	Вязкость
Деформация	1	0,95	0,71	-0,39	-0,2	6,5e-11	8,4e-11
Напряжение в начале	0,95	1	0,75	-0,42	-0,24	5,4e-11	6,3e-13
Напряжение в конце	0,71	0,75	1	-0,54	-0,51	7,6e-13	5,6e-12
Время релаксации	-0,39	-0,42	-0,54	1	0,93	0,23	0,46
Время окончания процесса	-0,2	-0,24	-0,51	0,93	1	0,13	0,58
Модуль скорости	6,5e-11	5,4e-11	7,6e-13	0,23	0,13	1	8,9e-17
Вязкость	8,4e-11	6,3e-13	5,6e-12	0,46	0,58	8,9e-17	1

Рис. 2. Корреляционная матрица

В таблице 4 предоставлены статистические характеристики исходного набора данных.

Таблица 4

Статистические характеристики исходного набора данных

Параметр	ε	σ_0	σ_∞	t_n	t_{95}	m^*	η_0^*
Ед. измерения	%	МПа	МПа	ч	ч	МПа	10^6 МПа с
count	30 000,00	30 000,00	30 000,00	30 000,00	30 000,00	30 000,00	30 000,00
mean	2,00	25,00	15,78	0,75	4,41	10,50	31,50
std	0,82	10,77	9,10	0,94	4,40	2,87	18,19
min	1,00	10,00	0,91	0,00	0,07	6,00	3,00
max	3,00	45,00	37,50	10,04	38,02	15,00	60,00

Наиболее лучшие параметры для модели *k*-ближайших соседей были определены в результате работы 5-ти блочной кросс-валидации (таблица 5).

Таблица 5

Наилучшие параметры модели *k*-NN

Параметр	Количество соседей (*k*)	Размер листа (*n*)	Интервал (*p*)	Функция веса (*w*)
η_0^*	3	15	2	'distance'
m^*	5	15	2	'distance'

Наилучшие параметры модели SVR для параметров вязкости η_0^* (в начале релаксационного процесса) и модуля скорости m^* были получены эмпирическим путём (таблица 6).

Таблица 6

Наилучшие параметры модели SVR

Параметр	Тип ядра	Порядок ядра	Квадратичный регуляризатор	ε
η_0^*	'rbf'	2	5	0,3
m^*	'rbf'	3	6	0,3

Соотношение между реальными и предсказанными значениями для модели *k*-NN по параметрам «Вязкость» и «Модуль скорости» показаны на рис. 3, 4.

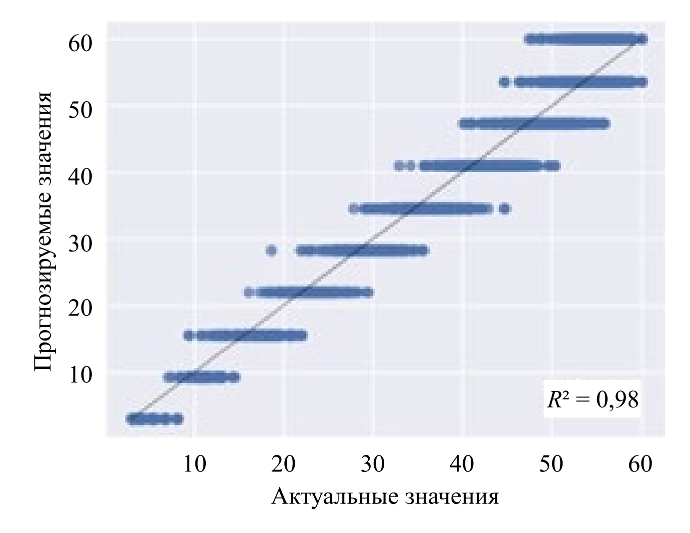


Рис. 3. Графики ошибок прогноза *k*-NN, «Вязкость»

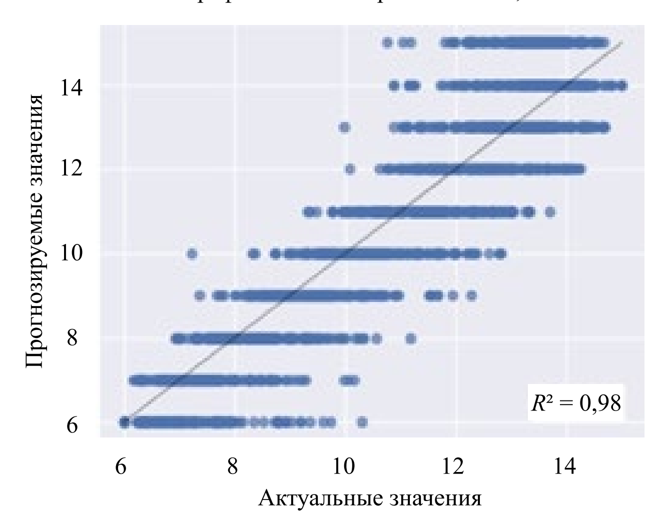


Рис. 4. Графики ошибок прогноза *k*-NN, «Модуль скорости»

Соотношение между реальными и предсказанными значениями для модели SVR по параметрам «Вязкость» и «Модуль скорости» показаны на рис. 5, 6.

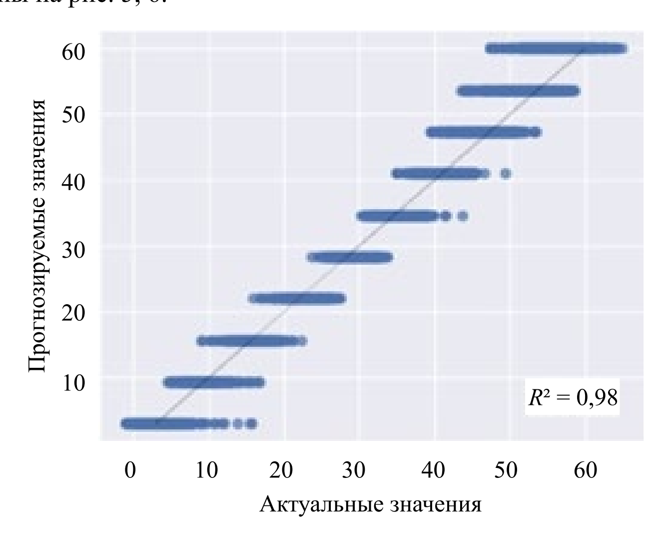


Рис. 5. Графики ошибок прогноза SVR, «Вязкость»

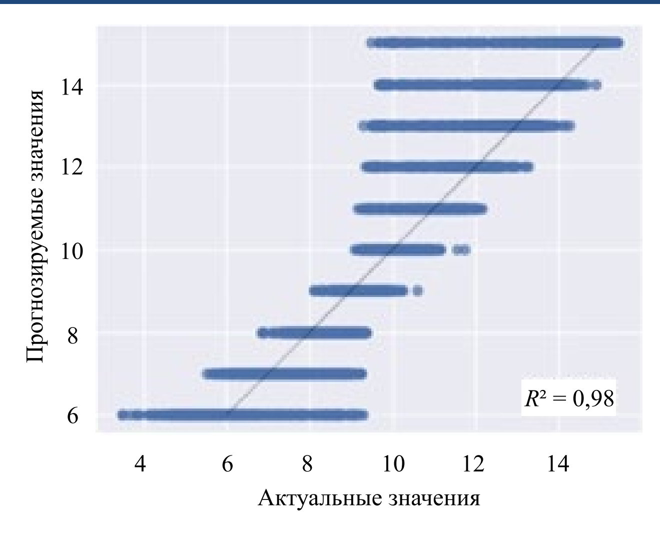


Рис. 6. Графики ошибок прогноза SVR, «Модуль скорости»

Метрики разработанных моделей *k*-ближайших соседей и опорных векторов представлены в таблицах 7 и 8 соответственно.

Таблица 7

Метрики разработанных моделей *k*-NN

Параметр	MAE	MSE	RMSE	MAPE, %	R^2 train	R^2 test
η_0^*	1,8	6,8	2,6	5,9	1,00	0,98
m^*	0,7	0,8	0,9	6,9	0,99	0,98

Таблица 8

Метрики разработанных моделей SVR

Параметр	MAE	MSE	RMSE	MAPE, %	R^2 train	R^2 test
η_0^*	1,67	5,75	1,67	8,92	0,98	0,97
m^*	0,72	1,21	1,1	7,3	0,89	0,87

Помимо синтетических данных, разработанные модели также апробировалась на реальных экспериментальных данных, представленных в работе [13]. Использовались экспериментальные кривые релаксации поливинилхлорида для различных температур в интервале от 20° до 60 °С. На рис. 7 маркерами отмечены экспериментальные значения напряжений при различных температурах в различные моменты времени, а сплошными линиями показаны кривые релаксации напряжений, построенные на основе спрогнозированных моделями величин m^* и η_0^*.

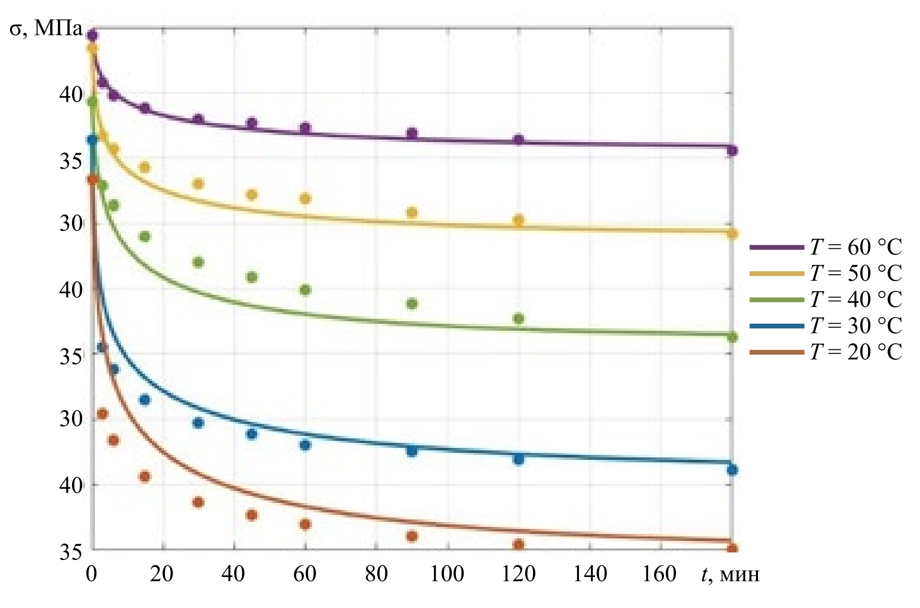


Рис. 7. Результаты апробации модели на экспериментальных данных

Обсуждение и заключение. Из рис. 5 видно, что качество прогнозирования по экспериментальным данным достаточно высокое, особенно для температур 30 °C, 50 °C и 60 °C. Для других температур качество прогнозирования несколько ниже, что связано с качеством самих экспериментальных кривых. Следовало продлить время эксперимента и дождаться выхода кривых на горизонтальную асимптоту.

В данном исследовании наиболее предпочтительным выступает метод опорных векторов (SVM). Это связано с тем, что SVM может обрабатывать данные с большим количеством признаков, что является важным для анализа реологических параметров материалов. Кроме того, SVM работает с нелинейными зависимостями между признаками, применим для решения задачи регрессии, которая является необходимой для определения реологических параметров материалов.

Однако метод CatBoost также может быть эффективным в этой задаче, особенно если в данных есть категориальные признаки. Кроме того, CatBoost может обрабатывать пропущенные данные, что может быть важно для анализа реологических параметров материалов.

Метод *k*-ближайших соседей является менее предпочтительным в данной задаче по причине невысокой эффективности в обработке большого числа признаков, а также наличия проблем с высокой размерностью данных.

В ходе исследования было показано, что применение методов машинного обучения позволяет эффективно анализировать и обрабатывать большие объемы данных, включающие информацию о характеристиках полимеров и их реологических свойствах. Модель, разработанная на основе такого анализа, демонстрирует высокую точность прогнозирования реологических параметров поливинилхлорида, что подтверждается результатами кросс-валидации и сравнением с экспериментальными данными.

Одним из ключевых преимуществ данного подхода является возможность автоматизации процесса прогнозирования реологических параметров полимеров, что позволяет сократить время и затраты на исследование и разработку новых материалов. Кроме этого, модель может быть легко адаптирована для анализа других типов полимеров и предсказания их свойств.

В результате выполнения данной работы была разработана прогнозная модель для оценки реологических параметров поливинилхлорида методами искусственного интеллекта на основе данных о его характеристиках и реологических свойствах. Модель демонстрирует высокую точность прогнозирования и может быть использована для оптимизации процессов производства и разработки новых материалов на основе полимеров.

Список литературы / References

1. Dudukalov EV, Munister VD, Zolkin AL, Losev AN, Knishov AV. The Use of Artificial Intelligence and Information Technology for Measurements in Mechanical Engineering and in Process Automation Systems in Industry 4.0. *Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing*. 2021;1889(5):052011. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1889/5/052011

2. Waqas Muhammad, Abhijit P Brahme, Olga Ibragimova, Jidong Kang, Kaan Inal. A Machine Learning Framework to Predict Local Strain Distribution and the Evolution of Plastic Anisotropy & Fracture in Additively Manufactured Alloys. *International Journal of Plasticity.* 2021;136:102867. https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2020.102867

3. Won-Bin Oha, Tae-Jong Yuna, Bo-Ram Leea, Chang-Gon Kima, Zong-Liang Lianga, Ill-Soo Kim. A Study on Intelligent Algorithm to Control Welding Parameters for Lap-joint. *Procedia Manufacturing.* 2019;30:48–55. http://doi.org/10.1016/j.promfg.2019.02.008

4. Amit R Patel, Kashyap K Ramaiya, Chandrakant V Bhatia, Hetalkumar N Shah, Sanket N Bhavsar. Artificial Intelligence: Prospect in Mechanical Engineering Field—A Review. In book: *Data Science and Intelligent Applications.* Singapore: Springer; 2021. P. 267–282. https://doi.org/10.1007/978-981-15-4474-3_31

5. Amjadi M, Fatemi A. Creep and Fatigue Behaviors of High-Density Polyethylene (HDPE): Effects of Temperature, Mean Stress, Frequency, and Processing Technique. *International Journal of Fatigue.* 2020;141:105871. http://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2020.105871

6. Chepurnenko V, Yazyev B, Xuanzhen Song. Creep Calculation for a Three-Layer Beam with a Lightweight Filler. *MATEC Web of Conferences.* 2017;129:05009. https://doi.org/10.1051/matecconf/201712905009

7. Litvinov SV, Yazyev BM, Turko MS. Effecting of Modified HDPE Composition on the Stress-Strain State of Constructions. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.* 2018;463(4):042063. https://doi.org/10.1088/1757-899X/463/4/042063

8. Guangjian Xiang, Deshun Yin, Ruifan Meng, Siyu Lu. Creep Model for Natural Fiber Polymer Composites (NFPCs) Based on Variable Order Fractional Derivatives: Simulation and Parameter Study. *Journal of Applied Polymer Science.* 2020;137(24):48796. http://doi.org/10.1002/app.48796

9. Tugce Tezel, Volkan Kovan, Eyup Sabri Topal. Effects of the Printing Parameters on Short-Term Creep Behaviors of Three-Dimensional Printed Polymers. *Journal of Applied Polymer Science.* 2019;136(21):47564. http://doi.org/10.1002/app.47564

10. Litvinov SV, Trush LI, Yazyev SB. Flat Axisymmetrical Problem of Thermal Creepage for Thick-Walled Cylinder Made of Recyclable PVC. *Procedia Engineering.* 2016;150:1686–1693. https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.07.156

11. Dudnik AE, Chepurnenko AS, Litvinov SV. Determining the Rheological Parameters of Polyvinyl Chloride, with Change in Temperature Taken into Account. *International Polymer Science and Technology.* 2017;44(1):43–48. https://doi.org/10.1177/0307174X1704400109

12. Litvinov S, Yazyev S, Chepurnenko A, Yazyev B. Determination of Rheological Parameters of Polymer Materials Using Nonlinear Optimization Methods. In book: A. Mottaeva (ed). *Proceedings of the XIII International Scientific Conference on Architecture and Construction.* Singapore: Springer; 2020. P. 587–594. https://doi.org/10.1007/978-981-33-6208-6_58

13. Соловьева Е.В., Аскадский А.А., Попова М.Н. Исследование релаксационных свойств первичного и вторичного поливинилхлорида. *Пластические массы.* 2013;2:54–62.

Solovyova EB, Askadskiy AA, Popova MN. Investigation of Relaxation Properties of Primary and Secondary Polyvinyl Chloride. *Plasticheskie massy.* 2013;2:54–62. (In Russ.).

14. Chepurnenko A. Determining the Rheological Parameters of Polymers Using Artificial Neural Networks. *Polymers.* 2022;14(19):3977. https://doi.org/10.3390/polym14193977

15. Yu Xuan Rui. Developing an Artificial Neural Network Model to Predict the Durability of the RC Beam by Machine Learning Approaches. *Case Studies in Construction Materials.* 2022;17:e01382. http://doi.org/10.1016/j.cscm.2022.e01382

16. Nagababu Andraju, Greg W Curtzwiler, Yun Ji, Kozliak Evguenii, Prakash Ranganathan. Machine-Learning-Based Predictions of Polymer and Postconsumer Recycled Polymer Properties. A Comprehensive Review. *ACS Applied Materials & Interfaces.* 2022;14(38):42771–42790. http://doi.org/10.1021/acsami.2c08301

17. Чепурненко А.С., Кондратьева Т.Н., Дебердеев Т.Р., Акопян В.Ф., Аваков А.А., Чепурненко В.С. Прогнозирование реологических параметров полимеров с помощью алгоритма градиентного бустинга CatBoost. *Все материалы: Энциклопедический справочник*. 2023;(6):21–29.

Chepurnenko AS, Kondratieva TN, Deberdeev TR, Akopyan VF, Avakov AA, Chepurnenko VS. Prediction of Rheological Parameters of Polymers Using CatBoost Gradient Boosting Algorithm. *All Materials: Encyclopedic Reference Book*. 2023;(6):21–29. (In Russ.).

18. Kondratieva T, Prianishnikova L, Razveeva I. Machine Learning for Algorithmic Trading. *E3S Web of Conferences.* 2020;224:01019. https://doi.org/10.1051/e3sconf/202022401019

19. Stelmakh SA, Shcherban EM, Beskopylny AN, Mailyan LR, Meskhi B, Razveeva I, et al. Prediction of Mechanical Properties of Highly Functional Lightweight Fiber-Reinforced Concrete Based on Deep Neural Network and Ensemble Regression Trees Methods. *Materials.* 2022;15(19):6740. https://doi.org/10.3390/ma15196740

20. Beskopylny AN, Stelmakh SA, Shcherban EM, Mailyan LR, Meskhi B, Razveeva I, et al. Concrete Strength Prediction Using Machine Learning Methods CatBoost, k-Nearest Neighbors, Support Vector Regression. *Applied Sciences*. 2022;12(21):10864. https://doi.org/10.3390/app122110864

Об авторах:

Антон Сергеевич Чепурненко, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры сопротивление материалов Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), SPIN-код: 7149-7981, ResearcherID, ScopusID, ORCID, anton_chepurnenk@mail.ru

Татьяна Николаевна Кондратьева, кандидат технических наук, доцент кафедры математики и информатики Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), SPIN-код: 7794-2841, ORCID, ktn618@yandex.ru

Заявленный вклад авторов:

А.С. Чепурненко — научное руководство, анализ результатов исследований, доработка текста, корректировка выводов.

Т.Н. Кондратьева — формирование основной концепции, цели и задачи исследования, проведение расчетов, подготовка текста, формирование выводов.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Поступила в редакцию 28.12.2023
Поступила после рецензирования 24.01.2024
Запланирована в номер 01.02.2024

About the Authors:

Anton S. Chepurnenko, Dr.Sci. (Eng.), Associate Professor, professor of the Strength of Materials Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), SPIN-code: 7149-7981, ORCID, ResearcherID, ScopusID, anton_chepurnenk@mail.ru

Tatiana N. Kondratieva, Cand.Sci. (Eng.), Associate Professor of the Mathematics and Informatics Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), SPIN-code: 7794-2841, ORCID, ktn618@yandex.ru

Claimed contributorship:

AS Chepurnenko: academic advising, analysis of the research results, the text revision, correction of the conclusions.

TN Kondratieva: basic concept formulation, research objectives and tasks, calculations, preparation of the text, formulation of the conclusions.

Conflict of interest statement: the authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final version of the manuscript.

Received 28.12.2023
Revised 24.01.2024
Accepted 01.02.2024

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



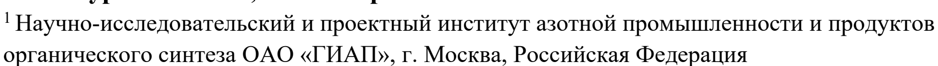
УДК 621.181:621.184.244
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-48-57

Научная статья

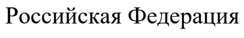
Применение специальных расчётных методик при проектировании цельносварных газоплотных конструкций котлоагрегатов

EDN: IJMIOY

М.П. Курепин[1] ✉, **М.Ю. Сербиновский**[2]



[1] Научно-исследовательский и проектный институт азотной промышленности и продуктов органического синтеза ОАО «ГИАП», г. Москва, Российская Федерация
[2] Ростовский государственный университет путей сообщения, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация



✉ mkurepin@gmail.com

Аннотация

Введение. Совершенствование расчётных методик объектов машиностроения — актуальная и востребованная задача. В полной мере это относится и к методикам расчёта на прочность цельносварных газоплотных конструкций котлоагрегатов. Нормативные расчётные методики основаны на упрощённых моделях, имеющих ограниченные возможности для оптимизации этих конструкций. Низкая точность расчёта, присущая таким методикам, неприемлема в условиях реального проектирования, когда перед инженером стоят задачи разработки в сжатые сроки конкурентоспособных конструкций, то есть снижения металлоёмкости при обеспечении прочности этих конструкций и ограниченном времени разработки. Использование упрощенных моделей было оправдано в прошлом, в условиях недостаточного развития компьютерной техники. Применение наиболее совершенных методик, основанных на компьютерном моделировании, позволяет повысить точность расчётов, обеспечить оптимизацию таких конструкций, улучшить качество проектирования. Цель данного исследования — разработка новой специальной методики расчёта на прочность цельносварных газоплотных конструкций, основанной на компьютерном моделировании, с применением наиболее совершенных методик моделирования мембранного экрана и факторов, воздействующих на него. Сопутствующей задачей авторов статьи являлась верификация разработанной методики на основе сравнения результатов расчётов с применением разработанной методики и нормативного метода.

Материалы и методы. Разработанная методика основана на замене мембранного экрана ортотропной пластиной или оболочкой. Использованы компьютерное моделирование с применением метода конечных элементов цельносварных газоплотных конструкций и воздействий, которым они подвержены в процессе эксплуатации, а также эффективный метод оценки технического состояния этих конструкций.

Результаты исследования. Разработана новая двухэтапная методика расчёта на прочность цельносварных газоплотных конструкций котлоагрегатов, получившая патент на изобретение. Проведено сравнение результатов расчётов по предложенной методике и по нормативному методу. Показано, что предложенная методика позволяет повысить точность моделирования и расчёта. Погрешность расчёта цельносварных газоплотных конструкций котла большой мощности снижена более чем на 30 % для рекомендованных шагов между поясами жесткости. Для подкреплённых специальным образом мембранных экранов с шагами, превышающими допустимые значения, снижение погрешности достигает 70 % и выше.

Обсуждение и заключение. Разработанная методика используется при моделировании и расчёте цельносварных газоплотных конструкций. Применение ее позволяет оптимизировать шаг между поясами жесткости конструкции опорных и соединительных узлов газоплотных экранов. По результатам применения двухэтапной расчётной методики были разработаны новые конструкции, получившие патенты на изобретения. Разработанная методика применяется в реальном проектировании котлоагрегатов с 2014 года.

Ключевые слова: котлоагрегат, цельносварные газоплотные конструкции, мембранные экраны, пластины, оболочки, ортотропные пластины, математическое моделирование, метод конечных элементов

Благодарности. Авторы выражают благодарность редакции и рецензентам за внимательное отношение к статье и указанные замечания, которые позволили повысить ее качество.

Для цитирования. Курепин М.П., Сербиновский М.Ю. Применение специальных расчётных методик при проектировании цельносварных газоплотных конструкций котлоагрегатов. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2024;24(1):48–57. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-48-57

Research article

Application of Special Calculation Techniques in the Design of All-Welded Gastight Structures of Boiler Units

Maxim P. Kurepin[1] ✉, **Mikhail Yu. Serbinovskiy**[2]

[1] Research and Design Institute of Nitrogen Industry and Products of Organic Synthesis, Moscow, Russian Federation

[2] Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russian Federation

✉ mkurepin@gmail.com

Abstract

Introduction. Improving the calculation methods of mechanical engineering facilities is an urgent and in-demand task. This fully applies to the techniques of calculating the strength of all-welded gastight boiler structures. Normative calculation techniques are based on simplified models that give limited possibilities for optimizing these structures. The low calculation accuracy inherent in such techniques is unacceptable under real design conditions, when an engineer is faced with the task of developing competitive structures in a short time, i.e., reducing metal consumption while providing the strength of these structures with limited development time. The use of simplified models was justified in the past, under conditions of insufficient development of computer technology. Application of the most advanced techniques based on computer modeling makes it possible to increase the accuracy of calculations, provide the optimization of such structures, and improve the quality of design. The objective of this study was to develop a new special procedure for calculating the strength of all-welded gastight structures based on computer modeling, using the most advanced methods of modeling the membrane wall and factors affecting it. The accompanying task was to verify the developed procedure based on comparing the results of calculations using the developed technique and the normative method.

Materials and Methods. The developed technique is based on the replacement of the membrane wall with an orthotropic plate or shell. Computer modeling was used applying the finite element method of all-welded gastight structures, and the impacts to which they were subjected during operation, as well as an effective method for assessing the technical condition of these structures.

Results. A new two-stage technique for calculating the strength of increased accuracy of all-welded gastight boiler structures was developed and patented. The calculation results were compared according to the proposed procedure and the normative method. It was shown that the proposed technique made it possible to increase the accuracy of modeling and calculation. The error in calculating all-welded gastight structures of a high-power boiler was reduced by more than 30% for the recommended steps between stiffeners. For specially reinforced membrane walls with steps exceeding the permissible values, the error reduction reached 70% or higher.

Discussion and Conclusion. The developed technique is used in the modeling and calculation of all-welded gastight structures. Its application makes it possible to optimize the step between the stiffeners of the structure of the support and connecting nodes of gastight membrane walls. Based on the results of the application of the two-stage calculation procedure, new designs were developed and patented. The developed technique has been used in the real design of boilers since 2014.

Keywords: boiler unit, all-welded gastight structures, membrane walls, plates, shells, orthotropic plates, mathematical modeling, finite element method

Acknowledgements. The authors would like to thank the Editorial board and reviewers for their attentive attitude to the article and the above comments, which made it possible to improve its quality.

For citation. Kurepin MP, Serbinovskiy MYu. Application of Special Calculation Techniques in the Design of All-Welded Gastight Structures of Boiler Units. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2024;24(1):48–57. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-48-57

Введение. Нормативная методика расчёта на прочность цельносварных газоплотных конструкций[1] основана на замене экрана конструктивно-ортотропной пластиной Кирхгофа-Лява со значительными упрощениями. В этой модели ортотропия свойств пластины учтена лишь при расчёте изгибных воздействий. Основная цель внесённых упрощений — снижение сложности расчётных формул и в конечном итоге общей трудоёмкости расчётов. Модели, заложенные в основу методики, включают в себя газоплотный экран в виде ортотропной пластины, пояса жесткости в виде балок постоянного сечения и крепления в виде связей экрана с поясом жесткости.

В модели приняты следующие допущения[2]:

1. Учёт ортотропии газоплотной стенки производится введением отношения D_z / D_x при расчёте изгибающего момента M_z для изотропной стенки при цилиндрической жесткости в сечении, перпендикулярном трубам D_x, и в сечении, параллельном трубам D_z.

2. При определении напряжений в средней точке панели — шарнирное соединение газоплотных экранов между собой в экранах цельносварной коробки, так как условие закрепления влияет на ближайшие 6–8 труб от места закрепления.

3. При определении напряжений в углу цельносварной коробки — защемление.

4. Рассматривается действие двух групп сил: активных (наддув и «хлопок») и реактивных (упор в пояса жесткости). Остальные воздействия (от внутреннего давления в трубах, веса и температурных факторов) определяются независимо и учитываются на этапе оценки технического состояния по методу суперпозиции сил.

5. В основу расчёта положен принцип оценки прочности конструкции по несущей способности, которая определяется предельным состоянием перехода наиболее нагруженного сечения из упругого состояния в пластическое. Расчёт выполняется по условно упругой схеме.

Существенным недостатком такой схемы является применение упрощённых моделей, не позволяющих полностью учесть укрепляющие, присоединённые и другие элементы конструкции, их взаимное влияние, а также влияние всех воздействующих факторов, вызывающих сложное напряженно-деформированное состояние мембранного экрана. Такая методика имеет ограниченные возможности моделирования, тем более это относится к экранам сложной формы, для которых она неприменима.

Существуют пределы применения нормативных расчётных формул, ограничивающие их ввиду особенностей конструкции или нагружения[3]. Для экранов нормативные расчётные формулы неприменимы при любых поперечных сечениях, помимо трубы с плоской проставкой. Неприменимы для экранов сложной формы. Максимальный размер шага между поясами жесткости ограничен. В нормативной методике отмечено, что допускается применение других методов расчёта на прочность цельносварных мембранных конструкций при условии обеспечения нормативных запасов прочности. Технический регламент Таможенного союза допускает применение ряда расчётных методов, помимо нормативных формул, в том числе и компьютерного моделирования[4]. В нормативных документах методики расчёта на прочность, выходящие за рамки применения нормативных формул, называют альтернативными, или специальными. В связи с вышесказанным цель, которую поставили перед собой авторы данной статьи — разработать новую специальную методику расчёта цельносварных газоплотных конструкций с использованием компьютерного моделирования, позволяющего обеспечить высокую точность и достоверность результатов моделирования и расчётов — представляется весьма актуальной.

В работах отечественных авторов уже были предложены модели, в которых экран заменяется статически неопределимой рамой. Специальные расчётные методы успешно применяются при оценке прочности и ресурса элементов котлоагрегатов и энергетических установок [1]. В исследованиях, посвящённых расчёту газоплотных мембранных экранов, отмечается, что методики, основанные на использовании современных достижений в области численных методов с применением компьютерного моделирования, перспективны [2].

Среди последних исследований, посвящённых мембранным экранам котла, можно выделить работы Милошевича-Митича [3], Нагиара [4], Йосипа Сертича [5], предложивших методику расчёта прочности котла и определения температурных перемещений и нагрузок опор, основанную на теории Кирхгофа-Лява и компьютерном моделировании с помощью метода конечных элементов (МКЭ) [6]. Однако эта методика характеризуется повышенной погрешностью из-за применения значительных упрощений в модели мембранного

[1] РД 10-249-98. Нормы расчета на прочность стационарных котлов и трубопроводов пара и горячей воды. URL: https://docs.cntd.ru/document/1200021653 (дата обращения 15.12.2023).

[2] РТМ 24.031.06-73. Расчёт и проектирование элементов креплений экранной системы котельных агрегатов с цельносварными панелями: Руководящий технический материал. Ленинград: РИО НПО ЦКТИ; 1974. 39 с.

[3] ГОСТ 34233.1-2017. Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчёта на прочность. Москва: Стандартинформ; 2019. 30 с.

[4] ТР ТС 032/2013. Технический регламент Таможенного союза. О безопасности оборудования, работающего под избыточным давлением. URL: http://docs.cntd.ru/document/499031170 (дата обращения 15.12.2023).

экрана (например, трубы заменяются на абсолютно жесткие тела) [7]. Методика обратного перехода от пластины к экрану и оценки его технического состояния предложена не была [8].

Высокая точность расчётов получена при моделировании мембранных экранов на основе общей механики деформированного твёрдого тела и измерений в численных экспериментах с точными твердотельными моделями экрана [9]. Были предложены эффективные методики моделирования нагрузок [10], действующих на цельносварные газоплотные конструкции, позволяющие повысить точность и достоверность моделирования этих конструкций [11].

В целом, учитывая трудоёмкость моделирования и расчёта мембранных экранов с множеством труб и проставок с применением методик традиционного твердотельного компьютерного моделирования, для которых имеются жесткие ограничения по относительным размерам высоты твердотельного элемента к его длине и ширине, которая не может превышать ⅛ (метрика aspect ratio [12]), при отношении толщины экрана к его ширине 1/400 и более, моделирование экранов с помощью ортотропных пластин актуально. При этом разработка способа обратного перехода от ортотропной пластины к экрану и оценки его технического состояния, базирующегося на наиболее совершенных методах и моделях экрана, основанных на достижениях в области численных методов и применении ЭВМ — важная и своевременная задача.

При разработке новой методики ставились следующие цели: повышение точности, снижение трудоёмкости моделирования и расчёта, уменьшение времени вычислительных операций в ходе оптимизации и оценки прочности, жесткости, устойчивости, долговечности конструкций. Известно, что мембранные экраны работают в условиях сложного сопротивления и подвергаются одновременному воздействию внешних сил, моментов, давления или разрежения со стороны внутреннего пространства котла, давления в трубах, неравномерного температурного поля с учётом циклического воздействия этих параметров и ползучести материалов при высоких температурах. Дополнительной, но достаточно важной задачей этой разработки являлось создание удобного инструмента циклической оптимизации конструкции, включающего в себя визуализацию результатов внесения изменений в конструкцию в виде полей напряжений, деформаций и перемещений.

Материалы и методы. Предложенная авторами методика предполагает замену мембранного экрана ортотропной пластиной или оболочкой. Мембранный экран имеет регулярную структуру и периодически изменяющееся в направлении, перпендикулярном трубам, сечение. Такой экран можно рассматривать как конструктивно-ортотропную пластину, т. е. пластину, находящуюся в плоском напряженном состоянии и обладающую упругими характеристиками, разными во взаимно перпендикулярных направлениях. Мембранный экран — пластина, а гнутый экран — оболочка, так как диаметр труб, определяющий толщину экрана, мал, по сравнению с его остальными размерами. Элементы конструкции газоплотного котла, которые могут быть представлены как конструктивно-ортотропные пластины — это, в первую очередь, мембранные экраны топки, переходного газохода, конвективной шахты котла и мембранных пароперегревателей.

Авторами ранее была разработана методика двухэтапного моделирования и расчёта цельносварных газоплотных конструкций, получившая патент на изобретение [13]. Она основана на замене мембранного экрана ортотропной пластиной или оболочкой, достоверном моделировании цельносварных газоплотных конструкций и воздействий, которым они подвержены в процессе эксплуатации, и эффективном методе оценки технического состояния этих конструкций. Благодаря разработанной методике появились возможности оптимизации конструкций и снижения их металлоёмкости [14], которых не было ранее, разработаны новые конструкции, трудоёмкость проектирования существенно сокращена [15]. Проблема оценки технического состояния котельных конструкций, содержащих мембранные экраны, решена на основе применения наиболее совершенных современных практик, базирующихся на достижениях в области численного моделирования.

Метод расчёта прочности цельносварных газоплотных конструкций состоит из двух этапов. На первом формируют модель коробчатой конструкции с экранами в виде ортотропных пластин и/или оболочек с предварительным расчётом их размерных и физико-механических характеристик. Присоединённые элементы, в том числе трубные разъёмы с коллекторами, фестоны, пояса жесткости, различные крепления, опоры, элементы усиления моделируют в виде стержней, оболочек, связей и граничных условий. Затем определяют локальные зоны ортотропных пластин и/или оболочек с повышенными перемещениями и деформациями, проводят оценку технического состояния присоединённых элементов. На втором этапе для мест с превышением заданных параметров формируют модели, в которых локальные зоны экранов с присоединёнными элементами с повышенными перемещениями, напряжениями и деформациями моделируют твердотельными элементами (субмоделирование локальных зон [12]), проводят условно-упругий расчёт, оценку технического состояния в критических сечениях по условиям статической прочности и оптимизацию конструкции.

Результаты исследования. Был выполнен расчёт цельносварных газоплотных конструкций котла паропроизводительностью 810 тонн пара в час (модель ТПЕ-360/Т) с габаритами 14,48×14,24 м. В ходе работ авторами проведено сравнение результатов расчётов с применением предложенной расчётной методики и нормативного метода.

Исходные данные для расчёта: мембранные экраны котла сварены из трубы 60×6 мм стали 20 с плоскими проставками шириной 80 мм, выполненными из листов стали 20 толщиной 6 мм. Мембранный экран подвержен воздействию нагрева из топки с охлаждением средой в трубах с параметрами: 16,3 МПа, 349 °C (рис. 1). Расчёт проводится на хлопок 3 000 Па и аварийное разряжение 5 000 Па.

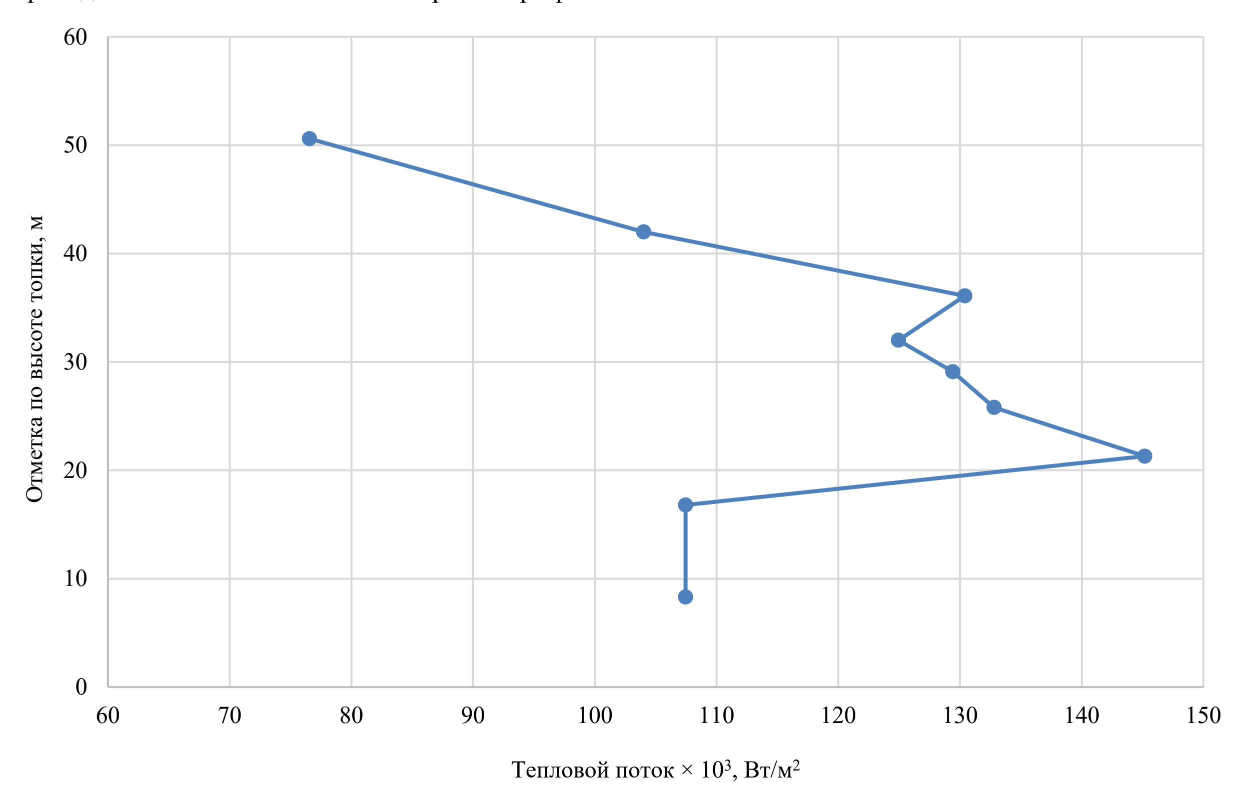


Рис. 1. Исходные данные для расчёта: тепловой поток, воспринимаемый поверхностью экрана

Расчёт выполнен в соответствии с требованиями и по формулам нормативных документов («Нормы расчета на прочность стационарных котлов и трубопроводов пара и горячей воды», «Расчёт и проектирование элементов креплений экранной системы котельных агрегатов с цельносварными панелями», «Технический регламент Таможенного союза»).

Допустимый шаг между поясами жесткости, согласно результатам расчёта, составляет 4 012 мм на уровне горелок и 4 050 мм в верхней части топки на отметках 16,8 и 50,6 соответственно.

Расчёт коробки котла с применением представленной в настоящей статье методики выполняется в два этапа. Модель первого этапа включала в себя газоплотные экраны топки, конвективной шахты, газоповоротной камеры, аэродинамического выступа, потолочного пароперегревателя, выполненные в виде оболочек с параметрами упругости, рассчитанными с помощью численных методов [9]. Пояса жесткости, фестоны № 1 и № 2 с подвесками, подвески экранов котла, настенный пароперегреватель моделировались балочно-стержневыми элементами (рис. 2). При сравнении результатов двух расчётов отмечено, что проблемные места конструкции, определённые по первому этапу моделирования, совпадают с расчётными точками нормативного расчёта: в середине экрана под поясами жесткости (точка № 1 на рис. 2 В), в углу топки между поясами жесткости (точка № 2 на рис. 2 Б). При этом новая методика, основанная на более совершенной модели коробки котла, позволила учесть следующие технические решения, применённые в конструкции коробки котла и направленные на её оптимизацию и усиление: конструкция угловых креплений в виде рычажных механизмов, позволяющих передавать усилие строго по оси смежного экрана, промежуточные крепления, усиленные гребёнками-рёбрами, обеспечивающие свободное температурное расширение экрана, продольные рёбра под поясами жесткости в местах превышения нормативных значений шагов между поясами жесткости [15], особые конструкции поясов жесткости [16], угловые скобы, короба уплотнений [14]. Кроме того, модель позволила учесть влияние настенного радиационного пароперегревателя (приваренного к экранам посредством сварки), фестонов, коробов жесткости и других элементов конструкции.

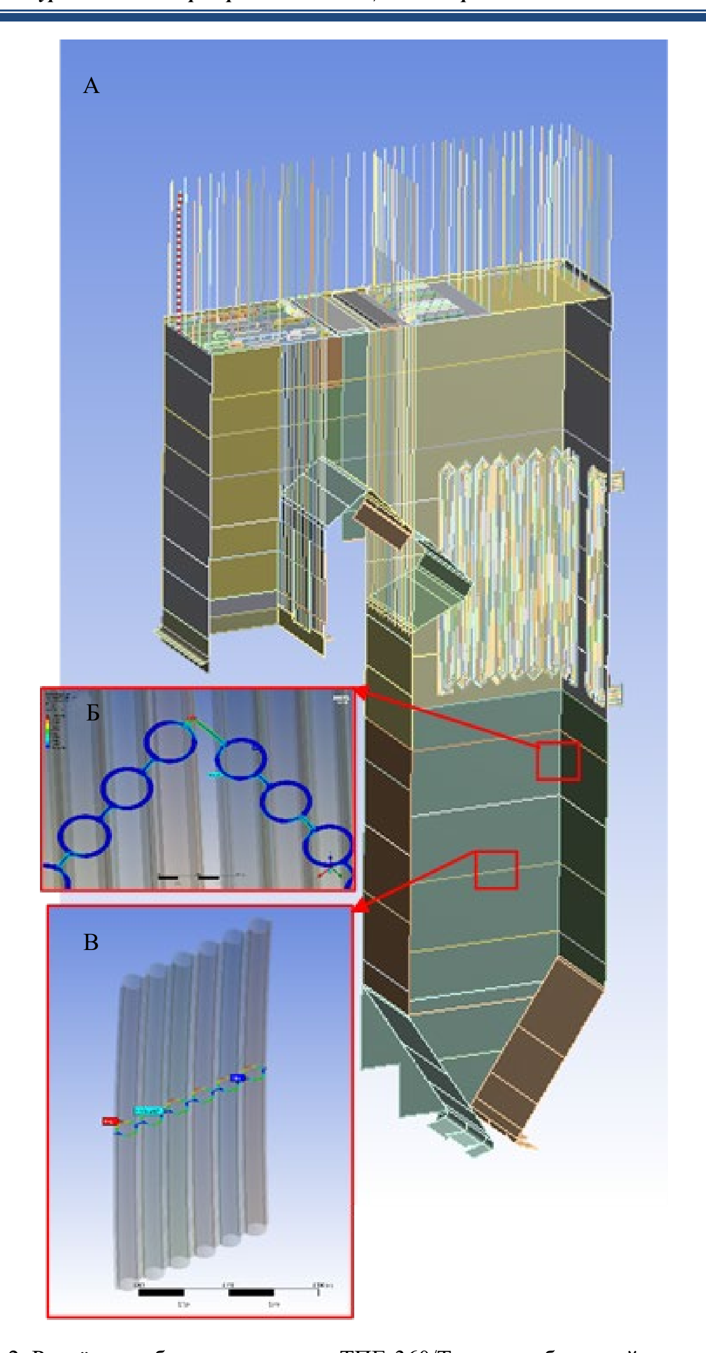


Рис. 2. Расчёт коробки котла модели ТПЕ-360/Т по разработанной методике:
А — оболочечно-стержневая модель (первый этап моделирования); Б — твердотельная модель угла коробки (второй этап моделирования); В — твердотельная модель середины экрана под поясом жесткости (второй этап моделирования)

В модель заложены конструкции потолочного пароперегревателя, аэродинамического выступа, конвективной шахты, газоповоротной камеры и другие элементы, оценку технического состояния которых с помощью нормативной методики, ввиду её ограничений, дать затруднительно. Допустимый шаг между поясами жесткости, согласно расчёту, составляет 4 500 мм на уровне горелок и 6 000 мм в верхней части топки, что выше, чем значения, полученные с помощью нормативной методики.

Таким образом, можно заключить, что влияние конструкторских решений, направленных на оптимизацию и усиление коробки котла (без увеличения числа поясов жесткости), существенно. Результаты расчёта по нормативной методике, не позволяющей учесть эти решения, являются излишне консервативными. Результаты расчёта с использованием предложенного метода более достоверны, так как позволяют в полной мере учесть эти решения.

Сравнение результатов расчётов, полученных по разным методикам, проведены в двух характерных точках конструкции, оговоренных в нормативной методике: точке 1, для которой влияние присоединённых и укрепляющих элементов минимально, в расчётной точке 2, для которой влияние укрепляющих элементов наиболее значительно (таблица 1).

Таблица 1

Расчётные напряжения в сечениях экрана по нормативному и новому методу, МПа

Расчётное сечение, отметка, м	16,8		50,6	
Допускаемые напряжения в сечении 1–2 экрана, МПа	149,8		152,6	
Допускаемые напряжения в сечении 5–6 экрана, МПа	158,4		161,8	
Расчётное сочетание нагрузок: вес, избыточное давление в трубах, хлопок в топочном пространстве				
Расчётная точка согласно требованиям нормативной методики	1*	2**	1*	2**
Эквивалентные напряжения в сечении 1–2 экрана по нормативному расчёту, МПа	119,3	121,7	141,4	145,9
Эквивалентные напряжения в сечении 5–6 экрана по нормативному расчёту, МПа	10,4	97,0	21,9	175,9
Эквивалентные напряжения в сечении 1–2 экрана по разработанной методике, МПа	135,6	109,2	149,0	114,4
Эквивалентные напряжения в сечении 5–6 экрана по разработанной методике, МПа	18,1	55,4	27,4	92,8
Расчётное сочетание нагрузок: вес, избыточное давление в трубах, аварийное разряжение в топочном пространстве				
Допускаемые напряжения в сечении 1–2 экрана, МПа	199,8		203,5	
Допускаемые напряжения в сечении 5–6 экрана, МПа	217,8		222,5	
Эквивалентные напряжения в сечении 1–2 экрана по нормативному расчёту, МПа	138,6	142,7	175,8	183,4
Эквивалентные напряжения в сечении 5–6 экрана по нормативному расчёту, МПа	15,6	160,5	31,1	289,3
Эквивалентные напряжения в сечении 1–2 экрана по разработанной методике, МПа	147,6	109,6	182,8	109,0
Эквивалентные напряжения в сечении 5–6 экрана по разработанной методике, МПа	19,1	87,8	30,9	125,8
* в середине экрана, между поясами жесткости				
** в углу коробки				

В точке 1 получено хорошее совпадение результатов — относительно допускаемых напряжений разница по напряжениям составила не более 11 %. В точке 2 разница по напряжениям составила от 33 % для малых и средних шагов между поясами жесткости до 73 % для больших шагов между поясами жесткости, большие значения напряжений во всех случаях даёт нормативный метод.

Предложенная методика и модель повышают достоверность моделирования поведения конструкции и точность расчёта. Одним из результатов проведённых расчётов и оптимизации конструкции является распределение поясов жесткости по высоте топки котлов модели ТПЕ-360/Т. В таблице 2 представлены результаты расчёта шага поясов жесткости: 1 — по нормативной методике, без учёта особенностей конструкции; 2 — по результатам расчётов, с применением разработанных методик, обеспечивающих более достоверное моделирование поведения конструкции с учётом влияния всех ее элементов, в том числе дополнительных усиливающих элементов в виде рёбер жёсткости и др.

Таблица 2

Расчётные и принятые шаги между поясами жесткости

Расчётное сечение[1], м	8,3	16,8	21,3	25,8	29,1	32,0	36,1	42,0	50,6
Максимально допустимый шаг между поясами жесткости[2], мм	4 012	4 012	3 961	3 974	3 979	3 971	3 962	4 000	4 050
Принятый по результатам оптимизации конструкции шаг между поясами жесткости, мм	2 660	4 500	4 400	4 250	2 700	3 520	3 300	3 500	6 000
Выполнение условий прочности для принятого шага (да/нет)	да	да	да	да	да	да	да	да	да
1 — отметка по высоте топки, где 0 — уровень пола									
2 — по расчёту по нормативной методике									

Видим, что применение специальных методик расчёта позволило избежать установки дополнительных поясов жесткости как минимум для двух характерных мест топки котла: в месте установки горелок (отметки с 16,8

по 25,8 м) и в месте переходного газохода (отметка 50,6 м). Это позволяет избежать перерасхода металла и усложнения конструкции ввиду трудностей одновременного размещения горелочных устройств и поясов жесткости и элементов переходного газохода.

Проведена оценка металлоёмкости. Масса одного пояса жесткости с креплениями в данном случае составляет в среднем 3 500 кг. Для выполнения требований нормативного расчёта по шагу между поясами жесткости требуется установка минимум трёх дополнительных поясов жесткости на отметках по высоте топки с 16,8 до 25,8 м и 50,6 м. Суммарная металлоёмкость такого конструктивного решения составляет 10 500 кг. Таким образом, применение новых специальных расчётных методов обеспечивает широкие возможности оптимизации и снижения металлоёмкости при сохранении достаточной прочности цельносварных газоплотных конструкций котла.

Обсуждение и заключение. На основе современных, наиболее эффективных методик математического моделирования мембранных экранов эквивалентными ортотропными пластинами, расчёта их геометрических и физико-механических параметров, специальных нагрузок и воздействий, присущих цельносварным газоплотным конструкциям, разработан новый способ расчёта и анализа технического состояния и оптимизации экранных конструкций котельных агрегатов. Применение новых специальных расчётных методов обеспечивает широкие возможности оптимизации и снижения металлоёмкости при сохранении достаточной прочности цельносварных газоплотных конструкций котла.

Результаты верификации замены мембранных экранов ортотропными пластинами на основе сравнения с результатами натурных экспериментов по определению углов поворота вершин рёбер под действием единичного момента показывают, что погрешность по перемещениям не превышает 14 % для оболочечных моделей, реализованных по предложенному методу. При этом твердотельные модели дают погрешность до 10 %, то есть немногим меньше при количестве конечных элементов моделей, большем на порядок (и размерности модели выше до 100 раз, в зависимости от типа элемента — линейных или квадратичных). Такая погрешность моделирования в полной мере отвечает требованиям современного проектирования, так как погрешности, связанные с допусками на изготовление, находятся в пределах 10–15 % от толщин стенок труб, листов и катетов сварного шва [9].

Существенными недостатками нормативной методики являются скудные возможности обеспечения оптимизации конструкции и требований прочности иными способами, кроме увеличения числа поясов жесткости, что значительно повышает металлоёмкость и приводит к увеличению стоимости. А это значит, упрощённые модели, принятые в нормативном расчёте в то время, когда компьютерная техника была недостаточно развита, ограничивают возможности оптимизации конструкций в современном проектировании, данный факт диктует необходимость применения специальных расчётных методик, основанных на численном компьютерном моделировании.

Использование же предложенного авторами способа в ходе реального проектирования котельных агрегатов показало его высокую точность и эффективность, широкие возможности оптимизации конструкции, снижения металлоёмкости при сохранении достаточной прочности, возможность существенно снизить трудоёмкость формирования моделей и сократить машинное время расчётов. Кроме того, повышены достоверность моделирования поведения и точность расчёта цельносварных газоплотных конструкций за счёт применения современных методик численного моделирования, позволяющих наиболее точно учитывать особенности конструкций и их взаимное влияние, а также влияние всех воздействующих факторов, и рассчитывать экраны сложной формы. Погрешность расчёта с применением разработанных методик снижена более чем на 30 % для рекомендованных шагов между поясами жесткости. Для подкреплённых специальным образом мембранных экранов с шагами, превышающими допустимые значения, снижение погрешности достигает 70 % и выше.

Применение предложенной методики позволяет сократить число конечных элементов моделей конструкций с экранами на несколько порядков, по сравнению с аналогичными твердотельными моделями экрана, снизить трудоёмкость формирования моделей конструкций с экранами, время вычислительных операций при расчете напряженно-деформированного состояния цельносварных газоплотных конструкций значительно сокращается, и в конечном итоге при сохранении достаточной точности значительно уменьшается трудоёмкость моделирования и расчёта [13].

Авторы отмечают, что разработанный ими способ расчёта на прочность цельносварных газоплотных конструкций в целом предназначен для использования при проектировании и оптимизации тонкостенных конструкций с периодически изменяющимися сечением и внутренними каналами в стенках, которые могут подвергаться одновременному воздействию внешних сил, моментов и давления, давления во внутренних каналах и неравномерного температурного поля. В данном конкретном случае это тонкостенные конструкции из трубчатых мембранных экранов паровых и водогрейных котлов, то есть цельносварные газоплотные конструкции со всеми присоединёнными к ним элементами конструкции, например, элементами опорно-подвесной системы, креплениями, горелками, соплами дутья и т. д.

Данный способ реализуем на персональных компьютерах средней мощности и может быть внедрён в практику реального проектирования котлостроительных предприятий и проектных организаций других отраслей машиностроения, в которых используются пластины и/или оболочки с регулярно изменяющимися сечениями.

Предложенный способ применяется в реальном проектировании котельных агрегатов с 2014 года, в том числе энергетических котлов Пп-1030-25,0-570/570ГМ, Е-220-9,8-540ГМ, Е-500-13,8-560Г (модель ТГЕ-440), ПП-1900-25,8-568/568 КТ, Е-540-13,8-560ГН (модель ТГЕ-225, Е-540-13,8-560ГН (модель ТГЕ-224/С7), Е-810-13,8-560 БТ (модель ТПЕ-360/Т).

Список литературы / References

1. Курепин М.П., Сербиновский М.Ю., Колесников А.А., Доценко В.Е. Использование 3D-моделирования в автоматизированной системе диагностики технического состояния, оценки прочности и ресурса элементов котлоагрегатов и энергетических установок. В: *Материалы II Международной научно-технической конференции «Диагностирование и прогнозирование технического состояния оборудования электростанций»*. Москва: ОАО «ВТИ»; 2021. С. 48–54.

Kurepin MP, Serbinovskiy MYu, Kolesnikov AA, Dotsenko VE. Using 3D Modeling in an Automated System for Diagnosing the Technical Condition, Assessing the Strength and Resource of Components of Boilers and Power Plants. In: *Proc. II Int. Sci.-Tech. Conf. "Diagnostics and Forecasting of the Technical Condition of Power Plant Equipment"*. Moscow: "VTI" OJSC; 2021. P. 48–54. (In Russ.).

2. Курепин М.П., Сербиновский М.Ю. Эффективные методики конечно-элементного моделирования сложных конструкций энергетического машиностроения. *Современные наукоемкие технологии*. 2017;(10):19–25. URL: https://top-technologies.ru/ru/article/view?id=36822 (дата обращения: 15.12.2023).

Kurepin MP, Serbinovskiy MYu. Efficient Methods of Finite-Element Analysis of Energetic Machinery Complex Structures. *Modern High Technologies*. 2017;(10):19–25. URL: https://top-technologies.ru/ru/article/view?id=36822 (accessed: 15.12.2023). (In Russ.).

3. Gaćeša B, Milošević-Mitić V, Maneski T, Kozak D, Sertić J. Numerical and Experimental Strength Analysis of Fire-Tube Boiler Construction. *Tehnicki vjesnik — Technical Gasette*. 2011;18(2):237–242. URL: https://www.researchgate.net/publication/265201672_Numerical_and_experimental_strength_analysis_of_fire-tube_boiler_construction (accessed: 15.12.2023).

4. Nagiar HM, Maneski T, Milošević-Mitić V, Gaćeša B, Anđelić N. Modeling of the Buckstay System of Membrane-Walls in Watertube Boiler Construction. *Thermal Science*. 2014;18(1):59–72. URL: http://doi.org/10.2298/TSCI120204174N (accessed: 15.12.2023).

5. Konjatić P, Dautović S, Ostojić Z, Sertić J. Seismic Action Influence on the Pressure Parts of the Watertube Steam Boiler Construction. *Machines. Technologies. Materials.* 2019;13(5):210–213. URL: https://stumejournals.com/journals/mtm/2019/5/210.full.pdf (accessed: 15.12.2023).

6. Sertić J, Kozak D, Samardžić I. Calculation of Reaction Forces in the Boiler Supports Using the Method of Equivalent Stiffness of Membrane Wall. *The Scientific World Journal.* 2014;2014(3):392048. http://doi.org/10.1155/2014/392048

7. Sertic J, Kozak D, Damjanovic D, Konjatic P. Homogenization of Steam Boiler Membrane Wall. In: *Proc. 7th Int. Congress of Croatian Society of Mechanics*. Zagreb: Hrvatsko Društvo za Mehaniku; 2012. P. 207–208.

8. Sertić J, Gelo I, Kozak D, Damjanović D, Konjatić P. Theoretical Determination of Elasticity Constants for Steam Boiler Membrane Wall as the Structurally Orthotropic Plate. *Tehnicki vjesnik — Technical Gazette.* 2013;20(4):697–703.

9. Kurepin MP, Serbinovskiy MYu. Simulation and Optimization of Water-Wall Tube Panels Design for Power Boilers. *MATEC Web Conferences*. 2019;298:0011210. URL: http://doi.org/10.1051/matecconf/201929800112 (accessed: 15.12.2023).

10. Курепин М.П., Сербиновский М.Ю. Методика расчёта нагрузок на холодную воронку котла. *Современные наукоемкие технологии*. 2016;(7):32–39. URL: https://toptechnologies.ru/ru/article/view?id=36059&-ysclid=liolq7zv6e178655419 (дата обращения: 15.12.2023).

Kurepin MP, Serbinovskiy MYu. Boiler Dry-Bottom Ash Hopper Load Calculation Methods. *Modern High Technologies*. 2016;(7):32–39. URL: https://toptechnologies.ru/ru/article/view?id=36059&ysclid=liolq7zv6e178655419 (accessed: 15.12.2023). (In Russ.).

11. Курепин М.П., Сербиновский М.Ю. Моделирование одностороннего нагрева цельносварных экранов котельных агрегатов. *Теплоэнергетика.* 2017;(3):60–68. https://doi.org/10.1134/S0040363617030055

Kurepin MP, Serbinovskiy MYu. Simulation of One-Sided Heating of Boiler Unit Membrane-Type Water Walls. *Thermal Engineering*. 2017;(3):60–68. https://doi.org/10.1134/S0040363617030055 (In Russ.).

12. Басов К.А. *ANSYS: Справочник пользователя*. Москва: ДМК Пресс; 2014. 640 с.

Basov KA. *ANSYS: User Reference*. Moscow: DMK Press; 2014. 640 p. (In Russ.).

13. Курепин М.П., Сербиновский М.Ю., Иваненко В.В. *Способ анализа и оптимизации конструкции котлов с плавниковыми экранами.* Патент РФ № 2 568 783 С1. 2015. 17 с. URL: https://patents.s3.yandex.net/RU2568783C1_20151120.pdf (дата обращения: 15.12.2023).

Kurepin MP, Serbinovskij MYu, Ivanenko VV. *Analysis and Optimisation of Designs and Boilers with Tube-in-Sheet Shields*. RF Patent No. 2 568 783 C1. 2015. URL: https://patents.s3.yandex.net/RU2568783C1_20151120.pdf (accessed: 15.12.2023). (In Russ.).

14. Сербиновский М.Ю., Курепин М.П. *Конвективная шахта котла с узлом уплотнения прохода вертикальных труб*. Патент РФ № 2 702 3142019 С1. 14 с. URL: https://patents.s3.yandex.net/RU2702314C1_20191007.pdf (дата обращения: 15.12.2023).

Serbinovskij MYu, Kurepin MP. *Convective Shaft of Boiler with Node for Sealing of Passage of Vertical Pipes*. RF Patent No. 2 702 3142019 C1. 2019. URL: https://patents.s3.yandex.net/RU2702314C1_20191007.pdf (accessed: 15.12.2023). (In Russ.).

15. Сербиновский М.Ю., Курепин М.П. *Мембранный экран парового котла*. Патент РФ № 2 668 048 С1. 2018. 14 с. URL: https://patents.s3.yandex.net/RU2668048C1_20180925.pdf (дата обращения: 15.12.2023).

Serbinovskij MYu, Kurepin MP. *Membrane Screen of Steam Boiler*. RF Patent No. 2 668 048 C1. 2018. URL: https://patents.s3.yandex.net/RU2668048C1_20180925.pdf (accessed: 15.12.2023). (In Russ.).

16. Kumar PR, Thiruselvan MG, Babu JM, Rajagopal M. Weight Optimization of Buck Stays using Castellated Beams. *International Journal of Engineering and Advanced Technology (IJEAT).* 2014;3(5):200–203.

Об авторах:

Максим Павлович Курепин, ведущий специалист, расчетчик научно-исследовательского и проектного института азотной промышленности и продуктов органического синтеза ОАО «ГИАП» (109028, РФ, г. Москва, ул. Земляной вал, д. 50а/8, стр. 4), ORCID, mkurepin@gmail.com

Михаил Юрьевич Сербиновский, доктор технических наук, профессор кафедры основ проектирования машин Ростовского государственного университета путей сообщения (344038, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Ростовского Стрелкового Полка Народного Ополчения, 2), SPIN-код: 9003-8798, ORCID, serb-m@mail.ru

Заявленный вклад авторов:

М.П. Курепин — формирование цели и задачи исследования, разработка расчётных методик, проведение моделирования и расчётов, начальная версия основного текста, формулирование выводов.

М.Ю. Сербиновский — разработка расчётных методик и новых конструктивных решений на основе полученных результатов, анализ результатов исследований.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Поступила в редакцию 10.01.2024
Поступила после рецензирования 06.02.2024
Принята к публикации 12.02.2024

About the Authors:

Maxim P. Kurepin, lead technician designer, Research and Design Institute of Nitrogen Industry and Products of Organic Synthesis (OJSC GIAP) (50A/8, bld. 4, Zemlyanoy Val St., Moscow, 109028, RF), ORCID, mkurepin@gmail.com

Mikhail Yu. Serbinovskiy, Dr.Sci. (Eng.), Professor of the Fundamentals of Machine Design Department, Rostov State Transport University (2, Rostovskogo Strelkovogo Polka Narodnogo Opolcheniya Sq., Rostov-on-Don, 344038, RF), SPIN-code: 9003-8798, ORCID, serb-m@mail.ru

Claimed contributorship:

MP Kurepin: research objective and task formulation, development of calculation methods, modeling and calculations, initial version of the main text, formulation of conclusions.

MYu Serbinovskiy: development of calculation methods and new design solutions based on the results obtained, analysis of the research results.

Conflict of interest statement: the authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

Received 10.01.2024
Revised 06.02.2024
Accepted 12.02.2024

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



Check for updates

УДК 669.1:66.04
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-58-65

Научная статья

Зарождение мартенсита напряжения в состоянии предмартенситной неустойчивости решетки



EDN: KQSXLQ

Ю.В. Долгачев ✉, **В.Н. Пустовойт** , **Ю.М. Вернигоров**
Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
✉ yuridol@mail.ru

Аннотация

Введение. Комбинированное влияние на процесс фазового превращения, предполагающее сочетание термической обработки с внешним воздействием, является актуальным технологическим решением для получения необходимых свойств стальной продукции. При закалке стали в постоянном магнитном поле напряженностью 1–2 МА/м наблюдается образование мартенсита при более высоких температурах. Помимо этого, по сравнению с обычной закалкой, происходят изменения в структуре и свойствах. Подобные эффекты не могут объясняться только с термодинамических позиций, так как предполагаемый сдвиг температуры равновесия между аустенитом и мартенситом в магнитном поле такой напряженности не превышает 4–8 °C. Для объяснения эффектов, возникающих при закалке в магнитном поле, предлагается рассмотреть особенности мартенситного превращения в быстрорежущей стали при воздействии внешним магнитным полем в температурном интервале сверхпластичности аустенита. Целью данной работы стало выявление особенностей мартенситного превращения в присутствии постоянного магнитного поля в стали с учетом явлений, возникающих в предмартенситном состоянии.

Материалы и методы. Использовались образцы стали марки Р6М5. Исследование особенностей мартенситного превращения осуществляли потенциометрическим методом электросопротивления. Данные фиксировались с помощью аналого-цифрового преобразователя L–CARD E14–440 с использованием программного комплекса LGraph2. Нагрев образца проводился проходящим током. Образец размещался в межполюсном пространстве лабораторного электромагнита открытого типа ФЛ-1, который обеспечивал создание магнитного поля напряженностью 1,2 МА/м.

Результаты исследования. На полученных дифференцированных зависимостях присутствовали аномалии электросопротивления (низкотемпературные пики) при температуре, соответствующей появлению ферромагнитной фазы в результате мартенситного превращения. В магнитном поле развитие мартенситного превращения начинается при более высокой температуре, что не может найти объяснения с термодинамических позиций. Таким образом, наблюдали образование мартенсита напряжения в микрообъемах аустенита с ферромагнитным упорядочением, которые воспринимают энергию внешнего поля через магнитострикционные напряжения. В условиях сверхпластичного аустенита такие напряжения оказываются достаточными для инициирования сдвигового превращения. Определен минимально возможный размер флуктуаций неустойчивости решетки (1,372 нм).

Обсуждение и заключение. Воздействие магнитным полем при закалке приводит к усилению процессов своеобразного магнитного расслоения аустенита. При температурах, близких к началу мартенситного превращения, имеющиеся области магнитной неоднородности накладываются на эффекты от явления неустойчивости кристаллической решетки перед мартенситным превращением. В температурном интервале Мд-Мн, когда аустенит проявляет сверхпластичность, существенно облегчается образование мартенсита напряжения в микрообъемах аустенита с ферромагнитным упорядочением.

Ключевые слова: мартенсит напряжения, магнитное поле, сверхпластичность, неустойчивость решетки, сталь, закалка

Благодарности. Авторы выражают благодарность рецензентам, чья критическая оценка представленных материалов и высказанные предложения по их совершенствованию, способствовали значительному повышению качества настоящей статьи.

Для цитирования. Долгачев Ю.В., Пустовойт В.Н., Вернигоров Ю.М. Зарождение мартенсита напряжения в состоянии предмартенситной неустойчивости решетки. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2024;24(1):58–65. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-58-65

Research article

Stress Martensite Nucleation in a State of Premartensitic Lattice Instability

Yuri V. Dolgachev ✉, **Viktor N. Pustovoit**, **Yuri M. Vernigorov**
Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
✉ yuridol@mail.ru

Abstract
Introduction. The combined effect on the phase transformation process, involving a combination of heat treatment and external action, is a major technology solution for obtaining the required properties of steel products. When hardening steel in a constant magnetic field with a strength of 1–2 MA/m, martensite formation is observed at higher temperatures. In addition, when compared to conventional hardening, there are changes in structure and properties. Such effects cannot be explained only in terms of thermodynamics, since the expected shift in the equilibrium temperature between austenite and martensite in a magnetic field of such strength does not exceed 4–8°C. To explain the effects that occur during hardening in a magnetic field, it is proposed to consider the features of martensitic transformation in highspeed steel when exposed to an external magnetic field in the temperature range of austenite superplasticity. This research was aimed at identifying the features of martensitic transformation in the presence of a constant magnetic field in steel with account for the phenomena occurring in the premartensitic state.
Materials and Methods. Samples made of steel R6M5 were used. Characteristics of the martensitic transformation were studied using the potentiometric method of electrical resistance. The data were recorded using an L-CARD E14-440 analog-to-digital converter with the LGraph2 software package. The sample was heated by passing current. The sample was placed in the interpolar space of an open-type laboratory electromagnet FL-1, which provided the creation of a magnetic field with a strength of 1.2 MA/m.
Results. The obtained differentiated dependences were characterized by electrical resistance anomalies (low-temperature peaks) at a temperature corresponding to the appearance of a ferromagnetic phase as a result of martensitic transformation. In a magnetic field, the development of martensitic transformation began at a higher temperature, which could not be explained in terms of thermodynamics. Thus, the formation of stress martensite was observed in microvolumes of austenite with ferromagnetic ordering, which perceived the energy of the external field through magnetostrictive stresses. Under conditions of superplastic austenite, such stresses were sufficient to initiate shear transformation. The minimum possible size of lattice instability fluctuations (1.372 nm) was determined.
Discussion and Conclusion. Exposure to a magnetic field under hardening intensified the processes of some magnetic decomposition of austenite. At temperatures close to the beginning of the martensitic transformation, the existing areas of magnetic inhomogeneity were superimposed on the effects of the phenomenon of instability of the crystal lattice. In the temperature range Md-Mn, when austenite exhibited superplasticity, the formation of stress martensite in microvolumes of austenite with ferromagnetic ordering was significantly facilitated.

Keywords: stress martensite, magnetic field, superplasticity, lattice instability, steel, hardening

Acknowledgements. The authors appreciate the reviewers, whose critical assessment of the submitted materials and suggestions helped to significantly improve the quality of this article.

For citation. Dolgachev YuV, Pustovoit VN, Vernigorov YuM. Stress Martensite Nucleation in a State of Premartensitic Lattice Instability. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2024;24(1):58–65. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-58-65

Введение. Перед началом мартенситного превращения в металлах и сплавах обнаруживается неустойчивость кристаллической решетки [1], выражающаяся в специфическом предмартенситном состоянии исходной решетки [2]. Термодинамический анализ состояния исходной фазы перед точкой $M_н$ [3] показывает возможность возникновения отдельных микрообластей, имеющих свой ближний порядок в расположении атомов. Такие микрообласти сохраняют свой атомный порядок только вблизи ядра флуктуации. На расстоянии от него не возникает явных границ между фазами, порядок размывается постепенно. Экспериментально описываемые микрообласти проявляются в виде эффектов диффузионного рассеяния при рентгеновской дифракции. Наличием областей с ближним атомным порядком объясняется уменьшение вблизи точки $M_н$ упругих констант и сближение структур [4], участвующих в превращении фаз.

В случае, когда присутствует приложенное внешнее напряжение, то мартенситное превращение может быть инициировано деформацией при температуре выше точки $M_н$. Максимальная температура, при которой деформация исходной фазы вызывает образование мартенсита, обозначается точкой $M_д$. Установлено [5], что в интервале температур $M_д – M_н$ наблюдается максимум пластичности, что обусловлено проявлением сверхпластичности, связанной с закалочным переходом. Наложение постоянного магнитного поля в данных условиях вызывает появление вынужденной магнитострикциии и соответствующих напряжений в нанообластях аустенита, имеющих ферромагнитный порядок [6], что индуцирует появление кристаллов закалочной фазы, получившей название мартенсита напряжения (по аналогии с мартенситом деформации) [7]. Наложение постоянного магнитного поля изменяет исходное магнитное состояние аустенита [8], увеличивая число и размеры ферромагнитноупорядоченных кластеров, которые являются возможными местами зарождения ферромагнитной α-фазы [6]. Таким образом, в температурной области $M_д – M_н$ происходит интеграция магнитного и ряда особых структурных состояний, что безусловно представляет интерес для изучения.

В данной работе ставилась цель изучить особенности мартенситного превращения в присутствии постоянного магнитного поля в стали с учетом явлений, возникающих в предмартенситном состоянии.

Материалы и методы. При проведении работ использовались образцы стали марки Р6М5, в отношении которой имеются сведения о проявлении сверхпластичности [5], связанной с фазовым превращением [9]. Химический состав контролировался на оптико-эмиссионном спектрометре Q8Magellan (Bruker). Средний состав образцов из одной плавки представлен в таблице 1.

Таблица 1

Среднее содержание элементов в образцах, %

C	*Si*	*Mn*	*S*	*P*	*Cr*	*Mo*	*V*	*W*
0,844	0,421	0,420	0,019	0,023	3,946	4,918	2,018	5,922

Для анализа протекания закалочного превращения без поля и с наложением магнитного поля применялся потенциометрический метод резистометрии [10], так как изменения в структуре сплава отражаются на измеряемых значениях ρ с довольно высокой чувствительностью. Хотя количественное определение соотношений между превращающимися фазами затруднительно, установление точек старта и финиша перехода может быть произведено достаточно точно. Имеется высокая чувствительность применяемого метода к появлению ферромагнитной фазы (при фазовых превращениях 1-го или 2-го рода), что проявляется в аномальном поведении на кривой ρ из-за электронных взаимодействий на «*s*» и «*d*» подуровнях [11], определяющих наличие спонтанной намагниченности [12].

В качестве температурного датчика использовалась термопара типа S (ТПП). Термопара приваривалась точечной сваркой в центральной части образца в одну точку для исключения возникновения побочных напряжений при раздельной приварке из-за прохождения тока через образец в процессе измерения. Данные фиксировались с помощью аналого-цифрового преобразователя L-CARD E14–440 с использованием программного комплекса LGraph2. Нагрев образца проводился проходящим током от автотрансформатора РНО-250–5.

Образец размещался в межполюсном пространстве (рис. 1). Электромагнит открытого типа (ФЛ-1) обеспечивал создание магнитного поля напряженностью 1,2 МА/м. При проведении эксперимента без поля питание электромагнита отключалось, а полюса перемыкались пластиной из АРМКО-железа.

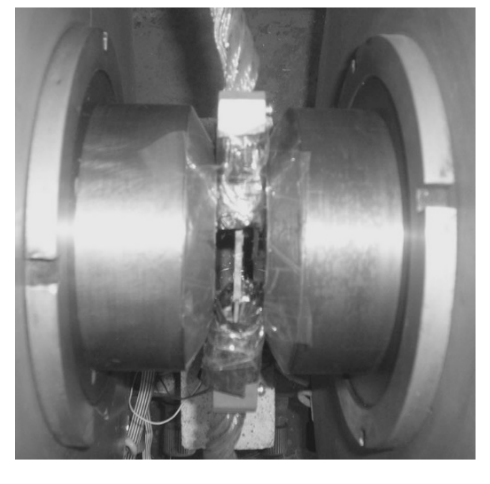


Рис. 1. Образец с подсоединёнными медными контактами в межполюсном пространстве магнита

Полученные экспериментальные данные (ρ(τ) и *T*(τ) на рис. 2), записанные с частотой дискретизации 400 кГц, подвергались численному дифференцированию и аппроксимации для получения функции *d*ρ / *dT*(*T*), которая отражает характерные аномалии при появлении ферромагнитной фазы.

Результаты исследования. Показанные на рис. 2 первичные зависимости ρ(τ) и *T*(τ) уже демонстрируют сдвиг аномалий, отвечающих фазовому превращению, в высокотемпературную область при наложении постоянного магнитного поля.

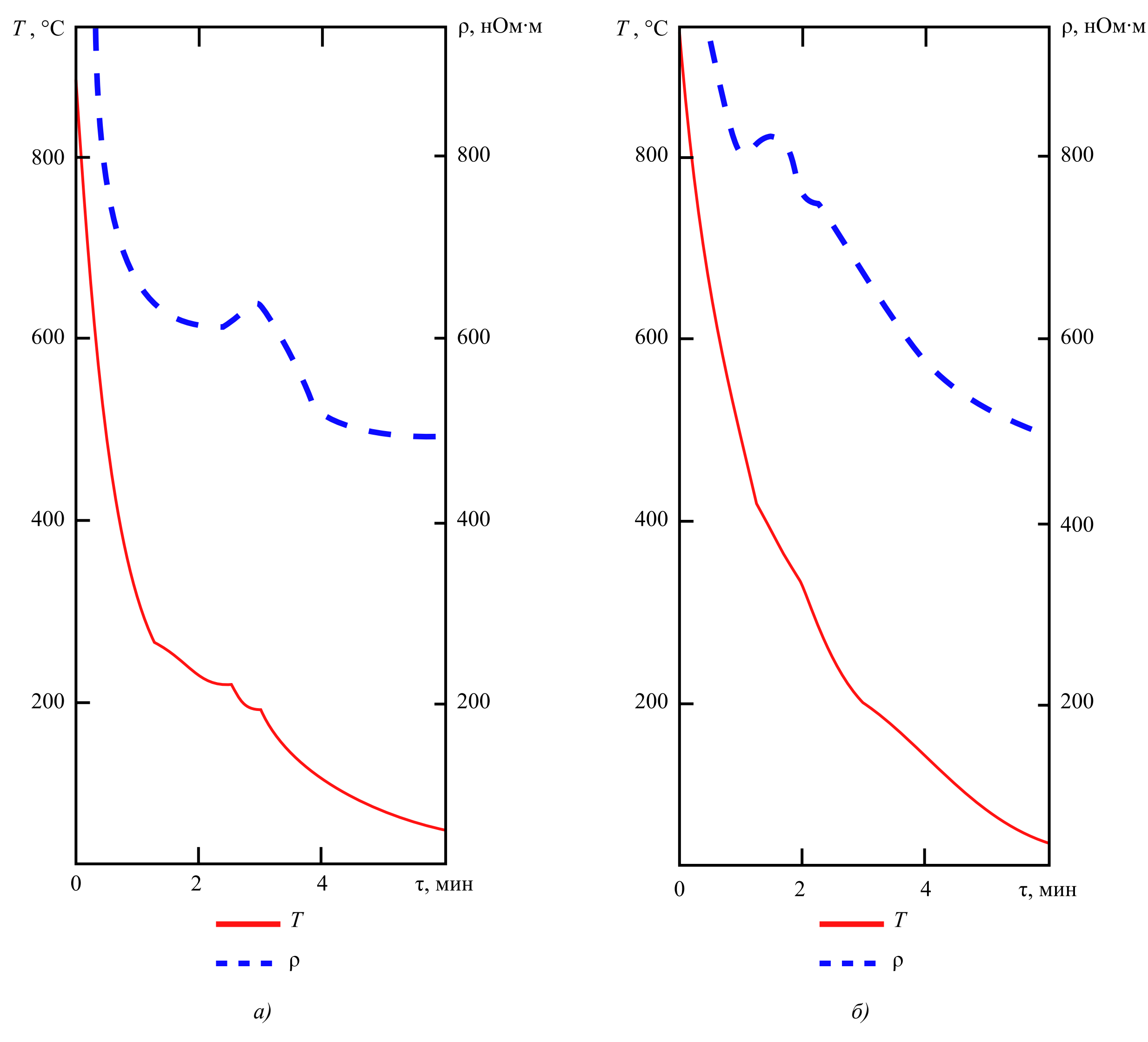


Рис. 2. Зависимости ρ(τ) и *T*(τ) для стали Р6М5 при охлаждении:
а — без поля; *б* — в магнитном поле 1,2 МА/м

Согласно справочным данным [13], для образцов стали Р6М5, соответствующих химическому составу, указанному в таблице 1, температура 140 °C отвечает началу мартенситного превращения. Это подтверждается полученными в результате дифференцирования данными на рис. 3, которые иллюстрируют характерные черты анализируемого превращения.

Образование фазы, обладающей ферромагнетизмом, отвечает на рис. 3 появлению пика при низких температурах, что позволяет зафиксировать начало мартенситной реакции. Для случая обработки с наложением магнитного поля старт образования мартенситной фазы отмечается при температуре 185 °C, что не поддается объяснению исключительно с точки зрения изменения термодинамических потенциалов фаз. Для магнитного поля напряженностью 1,2 МА/м эффект смещения равновесной температуры составляет ~ 4,5 °C [14]. Можно утверждать, что наложение магнитного поля в температурном диапазоне сверхпластичности приводит к образованию мартенсита напряжения выше известной для данной стали точки старта превращения в результате вынужденной магнитострикции в нанообластях с ближним магнитным порядком в аустените. Возникающие при этом в аустенитной матрице напряжения составляют около 10 МПа [15], что в условиях неустойчивости кристаллической решетки способствует запуску фазовой реакции.

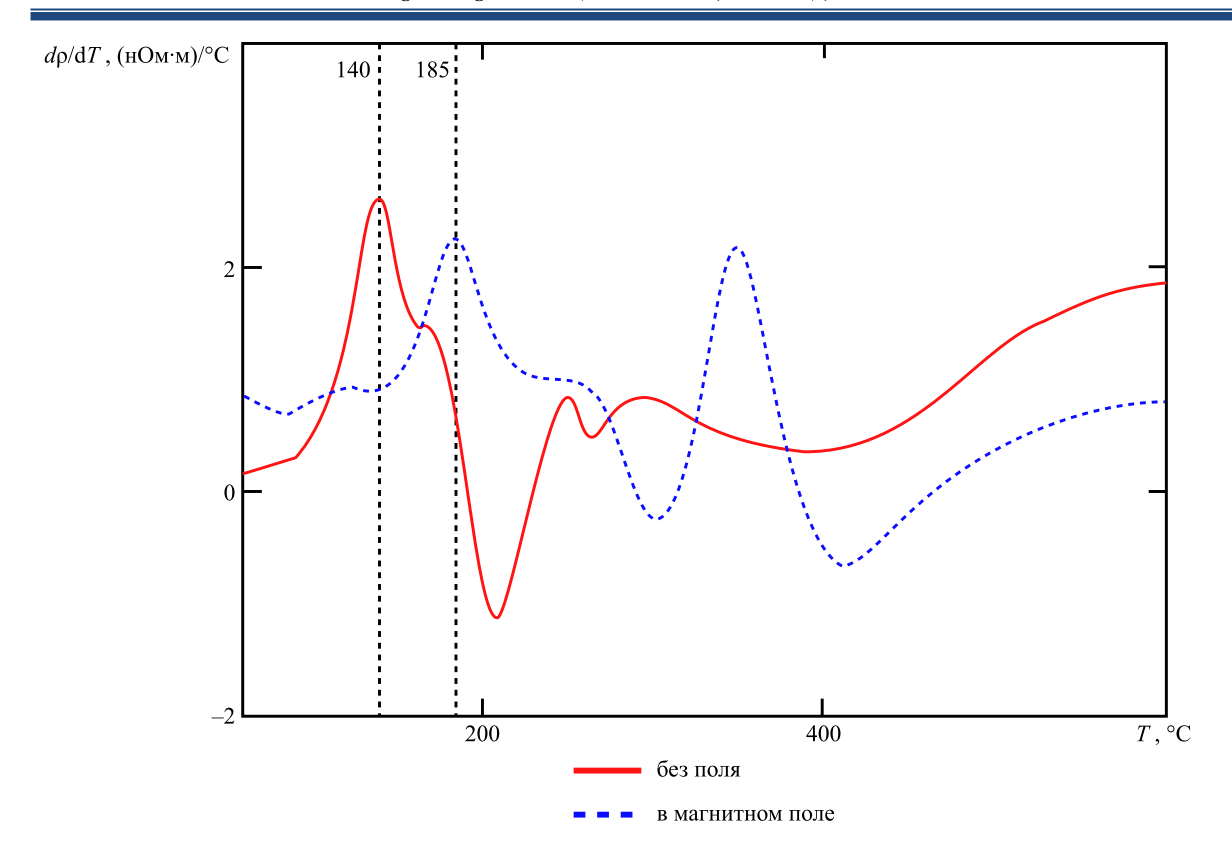


Рис. 3. Результаты дифференцирования экспериментальных данных, полученных при охлаждении стали Р6М5:
1 — без поля; 2 — в магнитном поле напряженностью 1,2 МА/м

Явление, связанное с возникновением неустойчивости кристаллической решётки исходной фазы, с приближением к точке перехода отражается на дифференцированных зависимостях в виде пика в высокотемпературной области кривой. Появление этого пика при охлаждении указывает на приближение сверхпластичного состояния аустенита. Воздействие внешнего магнитного поля усиливает магнитное расслоение аустенита [8], способствуя увеличению количества и размеров ферромагнитных нанокластеров [15], что и вызывает сдвиг данного пика к более высоким температурам. В локальных областях с однонаправленными спинами возникают анизотропные поля, вносящие упругие искажения из-за того, что энергия намагничиванияя отличается по разным направлениям. Это понижает устойчивость решётки γ-фазы. Определённый в работе [8] средний диаметр ферромагнитного нанокластера составляет для данной напряженности поля около 1,7 нм, что сопоставимо с длинами волн электронов, может их отклонять и, соответственно, приводить к появлению искажений на кривых. Полученные результаты свидетельствуют о наличии неоднородности в магнитном состоянии аустенита и о том, что при наложении внешнего магнитного поля данная гетерогенность усиливается.

Для превращения при закалке характерен бездиффузионный сдвиговый механизм атомной перестройки, поэтому внешнее воздействие увеличивает движущую силу перехода. В состоянии, когда перед точкой $M_н$ решётка исходной фазы становится неустойчивой, в локальных областях возникают спонтанные атомные смещения (подготавливающие решётку к γ→α переходу), где магнитострикционные напряжения могут сыграть роль триггера для старта превращения.

Условия, описывающие возможность флуктуаций атомных смещений в предмартенситном состоянии, были рассмотрены в [16]. Вид функции, минимумы которой отвечают переходному состоянию, выводился на основе картин диффузных рассеяний и существующих вариантов перестройки кристаллической решётки. Частоты колебаний и параметры ангармонизма выражались через модули упругости, значения которых определяли вариант перестройки.

Анализ предполагает, что микрообласти атомных смещений имеют форму пластин из плотноупакованных плоскостей, которые могут испытывать сдвиг. Выражение для оценки минимально возможного размера флуктуации H может быть выведено через матричные коэффициенты упругости:

$$H \cong 6d\sqrt{\frac{c_{11}+c_{44}-2c'}{2c'+c_{44}}}, \qquad (1)$$

где d — межплоскостное расстояние; $c' = 1/2(c_{11} - c_{12})$ — константа упругости; c_{11}, c_{12}, c_{44} — коэффициенты упругости.

Значения для расчёта по формуле (1) были подобраны для температуры мартенситного превращения в стали Р6М5. Оценка периода решетки *a* произведена с учетом указаний в работе [17]. Межплоскостное расстояния определено для случая ГЦК решетки, когда первыми отражающими плоскостями является семейство плоскостей {111}, имеющее максимальное межплоскостное расстояние $d = \frac{a}{\sqrt{3}} = 2{,}1\,\mathring{A}$. Исходя из данных об упругих характеристиках стали Р6М5 [9], были определены коэффициенты и константа упругости с помощью известных соотношений [18]. Результаты расчёта по зависимости (1) позволяют оценить минимальный диаметр области, где может возникать неустойчивость $H \cong 1{,}372$ нм, что соизмеримо с со средним диаметром ферромагнитного кластера в аустените.

Обсуждение и заключение. Можно предположить следующий сценарий развития мартенситного превращения. Выше точки $М_н$ в γ-фазе существуют области с ферромагнитным упорядочением [15]. Если в этих местах или вблизи них происходит наложение волн атомных смещений, то, при наличии внешнего магнитного поля, вынужденная магнитострикция способна в таких условиях воздействовать на поля упругих сил в кристаллической решетке и понижать энергетический барьер для образования критического зародыша мартенсита.

Экспериментальные результаты указывают на существование магнитной гетерогенности в состоянии γ-фазы, степень которой оказывает влияние на протекание мартенситного превращения. Наложение постоянного магнитного поля в процессе закалочного охлаждения усиливает имеющуюся магнитную неоднородность в аустените. Вблизи точки $М_н$ явление неустойчивости решётки, в сочетании с магнитострикционными эффектами от поля, инициируют возникновение кристаллов мартенсита напряжения. Таким образом, может быть объяснён эффект интенсификации мартенситного превращения при закалке в магнитном поле напряженностью 1–2 МА/м, что имеет большое значение для практики термической обработки стали.

Результаты работы указывают на то, что, воздействуя магнитным полем в процессе закалочного охлаждения, можно достичь большей полноты протекания мартенситной реакции, уменьшая количество остаточного аустенита, а раннее образование мартенсита напряжения обеспечивает более длительное его присутствие в области повышенных температур, способствуя протеканию отпускных процессов непосредственно при закалке.

Список литературы / References

1. Yongmei M Jin, Yu U Wang, Yang Ren. Theory and Experimental Evidence of Phonon Domains and Their Roles in Pre-Martensitic Phenomena. *npj Computational Materials.* 2015;1(1):15002. URL: https://www.nature.com/articles/npjcompumats20152 (accessed: 20.11.2023).

2. Muslov SA, Khachin VN, Pushin VG, Chumlyakov YuI. Elastic Properties and Structure of Alloys TiNi-TiFe prior Martensitic Transformations. *Letters on Materials.* 2015;5(4):420–423. URL: https://lettersonmaterials.com/Upload/Journals/794/420-4231.pdf (accessed: 20.11.2023).

3. Кондратьев В.В., Пушин В.Г., Романова Р.Р., Тяпкин Ю.Д. Упругие свойства и устойчивость ГЦК решеток вблизи температуры мартенситного превращения. *Физика металлов и металловедение.* 1977;44(3):468–479.

Kondratyev VV, Pushin VG, Romanova RR, Tyapkin YuD. Elastic Properties and Stability of FCC Lattices near the Martensitic Transformation Temperature. *The Physics of Metals and Metallography.* 1977;44(3):468–479. (In Russ.).

4. Эстрин Э.И. Устойчивость решеток и мартенситные превращения. В: *Труды междунар. конф. ICOMAT-77 «Мартенситные превращения».* Киев: Наукова думка; 1978. С. 29–33.

Estrin EI. Lattice Stability and Martensitic Transformations. In: *Proc. Int. Conf. "Martensitic Transformations".* Kiev: Naukova dumka; 1978. P. 29–33. (In Russ.).

5. Гуляев А.П. *Сверхпластичность стали*. Москва: Металлургия; 1982. 56 с.

Gulyaev AP. *Superplasticity of Steel*. Moscow: Metallurgiya; 1982. 56 p. (In Russ.).

6. Pustovoit VN, Dolgachev YuV. Ferromagnetically Ordered Clusters in Austenite as the Areas of Martensite Formation. *Emerging Materials Research.* 2017;6(2):249–253. https://doi.org/10.1680/jemmr.17.00042

7. Фролова А.В., Царенко Ю.В., Рубаник мл. В.В., Рубаник В.В., Столяров В.В. Деформационное поведение в сплавах с мартенситным превращением под внешними воздействиями. *Известия Российской академии наук. Серия физическая.* 2019;83(10):1410–1415. https://doi.org/10.1134/S0367676519100107

Frolova AV, Tsarenko YuV, Rubanik VV Jr., Rubanik VV, Stolyarov VV. Tensile Strain of Alloys with the Martensitic Transformation under the External Impact. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics.* 2019;83(10):1289–1293. https://doi.org/10.1134/S0367676519100107

8. Dolgachev YuV, Pustovoit VN. The Model of Austenite Structure State Taking into Account Fluctuations of Magnetic Nature. *CIS Iron and Steel Review.* 2022;24(2):74–78. URL: https://rudmet.net/media/articles/Article_CIS_2022_24_pp.74-78.pdf (accessed: 20.11.2023).

9. Гвоздев А.Е. *Производство заготовок быстрорежущего инструмента в условиях сверхпластичности.* Москва: Машиностроение; 1992. 176 с.

Gvozdev AE. *Production of Blanks of High-Speed Tools under Conditions of Superplasticity.* Moscow: Mashinostroenie; 1992. 176 p. (In Russ.).

10. Черепин В.Т. *Экспериментальная техника в физическом металловедении*. Киев: Техника; 1968. 279 с. URL: https://search.rsl.ru/ru/record/01006388994?ysclid=lozixgfkxj355220445 (дата обращения: 20.11.2023).

Cherepin VT. *Experimental Technique in Physical Metallurgy*. Kiev: Tekhnika; 1968. 279 p. URL: https://search.rsl.ru/ru/record/01006388994?ysclid=lozixgfkxj355220445 (accessed: 20.11.2023) (In Russ.).

11. Вонсовский С.В. *Магнетизм: магнитные свойства диа-, пара-, ферро-, антиферро- и ферримагнетиков.* Москва: Наука; 1971. 1032 с. URL: https://search.rsl.ru/ru/record/01007305776?ysclid=lozipmaxya147070803 (дата обращения: 20.11.2023).

Vonsovskiy SV. *Magnetism: Magnetic Properties of Dia-, Para-, Ferro-, Antiferro-, and Ferrimagnets.* Moscow: Nauka; 1971. 1032 p. URL: https://search.rsl.ru/ru/record/01007305776?ysclid=lozipmaxya147070803 (accessed: 20.11.2023) (In Russ.).

12. Лившиц Б.Г., Крапошин В.С., Линецкий Я.Л. *Физические свойства металлов и сплавов*. Москва: Металлургия; 1980. 320 с.

Livshits BG, Kraposhin VS, Linetskii YaL. *Physical Properties of Metals and Alloys*. Moscow: Metallurgiya; 1980. 320 p. (In Russ.).

13. Попова Л.Е., Попов А.А. *Диаграммы превращения аустенита в сталях и бета-раствора в сплавах титана.* 3-е изд., перераб. и доп. Москва: Металлургия; 1991. 411 с.

Popova LE, Popov AA. *Diagrams of the Transformation of Austenite in Steels and beta Solution in Titanium Alloys.* 3rd ed., reprint. and add. Moscow: Metallurgiya; 1991. 411 p. (In Russ.).

14. Кривоглаз М.А., Садовский В.Д., Смирнов Л.В., Фокина Е.А. *Закалка стали в магнитном поле.* Монография. Москва: Наука; 1977. 120 с. URL: https://www.imp.uran.ru/?q=ru/content/zakalka-stali-v-magnitnom-pole (дата обращения: 20.11.2023).

Krivoglaz MA, Sadovskiy VD, Smirnov LV, Fokina EA. *Hardening of Steel in a Magnetic Field.* Monograph. Moscow: Nauka; 1977. 120 p. URL: https://www.imp.uran.ru/?q=ru/content/zakalka-stali-v-magnitnom-pole (accessed: 20.11.2023) (In Russ.).

15. Пустовойт В.Н., Долгачев Ю.В. *Магнитная гетерогенность аустенита и превращения в сталях.* Монография. Кудрякова О.В. (ред.) Москва: Ай Пи Ар Медиа; 2022. 190 с. https://doi.org/10.23682/117033

Pustovoit VN, Dolgachev YuV. *Magnetic Heterogeneity of Austenite and Transformations in Steels.* Monograph. OV Kudryakova (ed). Moscow: IPR Media; 2022. 190 p. https://doi.org/10.23682/117033 (In Russ.).

16. Кондратьев В.В., Тяпкин Ю.Д. Упругие свойства и квазистатические смещения атомов вблизи точки мартенситного превращения. В: *Труды междунар. конф. ICOMAT-77 «Мартенситные превращения».* Киев: Наукова думка; 1978. С. 43–46. URL: https://search.rsl.ru/ru/record/01007789971?ysclid=loziaf1a8v964754252 (дата обращения: 20.11.2023).

Kondratyev VV, Tyapkin YuD. Elastic Properties and Quasi-Static Displacements of Atoms near the Point of Martensitic Transformation. In: *Proc. Int. Conf. "Martensitic Transformations".* Kiev: Naukova dumka; 1978. P. 43–46. URL: https://search.rsl.ru/ru/record/01007789971?ysclid=loziaf1a8v964754252 (accessed: 20.11.2023) (In Russ.).

17. Seki I, Nagata K. Lattice Constant of Iron and Austenite Including Its Supersaturation Phase of Carbon. *ISIJ International.* 2005;45(12):1789–1794. https://doi.org/10.2355/isijinternational.45.1789

18. Елманов Г.Н., Залужный А.Г., Скрытный В.И., Смирнов Е.А., Перлович Ю.А., Яльцев В.Н. *Физическое материаловедение: Т.1. Физика твердого тела.* 3-е изд., перераб. Москва: Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»; 2021. 764 с.

Elmanov GN, Zaluzhnyi AG, Skrytnyi VI, Smirnov EA, Perlovich YuA, Yal'tsev VN. *Physical Materials Science: Vol. 1. Solid State Physics.* 3rd ed., reprint. Moscow: National Research Nuclear University MEPHI; 2021. 764 p. (In Russ.).

Об авторах:

Юрий Вячиславович Долгачев, кандидат технических наук, доцент кафедры материаловедения и технологии металлов Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), SPIN-код: 2774-5346, ORCID, ScopusID, ResearcherID, yuridol@mail.ru

Виктор Николаевич Пустовойт, доктор технических наук, профессор кафедры материаловедения и технологии металлов Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), SPIN-код: 7222-6100, ORCID, ScopusID, Researcher ID, pustovoyt45@gmail.com

Юрий Михайлович Вернигоров, доктор технических наук, профессор кафедры физики Донского государственного технического университета, (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID, ScopusID, jvernigorov@donstu.ru

Заявленный вклад авторов:

Ю.В. Долгачев — подготовка образцов для исследования, получение экспериментальных данных, проведение расчетов, подготовка текста, формирование выводов.

В.Н. Пустовойт — формирование основной концепции, цели и задач исследования, научное руководство, доработка текста, корректировка выводов.

Ю.М. Вернигоров — анализ результатов исследований, редактирование текста.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Поступила в редакцию 23.12.2023
Поступила после рецензирования 19.01.2024
Принята к публикации 24.01.2024

About the Authors:

Yuri V. Dolgachev, Cand.Sci. (Eng.), Associate Professor of the Materials Science and Technology of Metals Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), SPIN-code: 2774-5346, ORCID, ScopusID, ResearcherID, yuridol@mail.ru

Viktor N. Pustovoit, Dr.Sci. (Eng.), Professor of the Materials Science and Technology of Metals Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), SPIN-code: 7222-6100, ORCID, ScopusID, Researcher ID, pustovoyt45@gmail.com

Yuri M. Vernigorov, Dr.Sci. (Eng.), Professor of the Physics Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), ORCID, ScopusID, jvernigorov@donstu.ru

Claimed contributorship:

YuV Dolgachev: preparation of samples for research, obtaining experimental data, calculations, text preparation, formulation of conclusions.

VN Pustovoit: basic concept formulation, research objectives and tasks, academic advising, revision of the text, correction of the conclusions.

YuM Vernigorov: analysis of the research results, the text revision.

Conflict of interest statement: the authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

Received 23.12.2023
Revised 19.01.2024
Accepted 24.01.2024

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



Check for updates

УДК 621.9
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-66-77

Научная статья

Технологическое обеспечение сборки на основе принципов выявления критичных требований к высокоточным изделиям



EDN: NMXQLA

А.В. Назарьев[1] ✉, **П.Ю. Бочкарев**[2,3]
[1] ПО «Корпус» — филиал АО «НПЦАП», г. Саратов, Российская Федерация
[2] Камышинский технологический институт — филиал Волгоградского государственного технического университета, г. Камышин, Российская Федерация
[3] Саратовский государственный университет генетики, биотехнологии и инженерии имени Н.И. Вавилова, г. Саратов, Российская Федерация
✉ alex121989@mail.ru

Аннотация

Введение. Проблема совершенствования производства высокоточных изделий в настоящее время становится ключевой, поскольку требования к ним постоянно ужесточаются. Обеспечение качества и точности сборки является важным аспектом производства высокоточной продукции. Стандартные подходы к этому процессу не всегда обладают достаточной универсальностью. Существующие исследования, целью которых является разработка универсальных подходов, таких как сквозное технологическое проектирование или применение принципов параллельной инженерной разработки, также обладают рядом недостатков. К их числу можно отнести то, что в них не в полной мере обеспечен учет информации о технологических возможностях конкретного производства при принятии конструкторских решений и не учитывается связь между технологической подготовкой механообрабатывающего и механосборочного производств. Именно поэтому исследования, направленные на разработку универсальных подходов, обладают высокой актуальностью. Для решения обозначенных проблем авторами был концептуально разработан комплекс формализованных проектных процедур системы учета требований к сборке высокоточных изделий при проектировании технологических процессов механической обработки. Однако для эффективного выявления множества требований к сборке высокоточных изделий (выходных параметров) и выбора из них тех, которые не могут быть обеспечены методом полной взаимозаменяемости (критичных элементов), требуется проведение дополнительных исследований. Целью данной работы является разработка принципов выявления выходных параметров высокоточных изделий и определения критичных элементов. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи: сформировать принципы построения обобщенных графов поверхностей высокоточных изделий, сформировать стандарты классификации выходных параметров и выявления из них критичных.

Материалы и методы. Для проведения исследования была выбрана высокоточная сборочная единица — «Пакет статора 2». Исследования проводились в реальных условиях действующего многономенклатурного производства. Для данной сборки был построен обобщенный граф поверхностей, включающий в себя информацию о характере и последовательности поверхностей, предъявляемые требования к сборке, допуски размеров и допуски формы и расположения с последующим его анализом.

Результаты исследования. В данной статье представлены итоги исследований по совершенствованию укрупненного блока проектных процедур анализа требований к сборке высокоточных изделий проектируемой системы. В работе установлена взаимосвязь между точностью допусков на размеры и допусков формы и расположения поверхностей изделия, которым принадлежат данные размеры. На основе полученной взаимосвязи был определен порядок для однозначного выявления критичных элементов.

Обсуждение и заключение. Применение данной методики позволяет повысить достоверность исходной информации, полученной при реализации укрупненного блока проектных процедур, а также обоснованность и эффективность выявления рациональных технологий изготовления на последующих этапах реализации системы при обеспечении заданных качества, точности изделий и снижении трудоемкости и себестоимости их изготовления.

Ключевые слова: механосборочные производства, технологическая подготовка производства, обобщенный граф поверхностей, сборка, высокоточное изделие, конструкторский размерный анализ

Благодарности. Авторы выражают благодарность редакции за внимательное отношение к содержанию статьи и высказанные предложения, которые позволили повысить ее качество.

Для цитирования. Назарьев А.В., Бочкарев П.Ю. Технологическое обеспечение сборки на основе принципов выявления критичных требований к высокоточным изделиям. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2024;24(1):66–77. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-66-77

Research article

Improving the Principles of Identifying Critical Requirements for the Assembly of High-Precision Products

Alexandr V. Nazaryev[1] ✉, **Pyotr Yu. Bochkarev**[2,3]
[1] Industrial Association "Korpus", SPC branch, Saratov, Russian Federation
[2] Kamyshin Technological Institute, VSTU branch, Kamyshin, Russian Federation
[3] Saratov State Vavilov Agrarian University, Saratov, Russian Federation
✉ alex121989@mail.ru

Abstract

Introduction. The problem of improving the manufacturing of high-precision products is currently becoming a key one, since the requirements for them are constantly being tightened. Maintaining assembly quality and accuracy is an important aspect of manufacturing precision products. Standard approaches to this process do not always have sufficient versatility. Existing studies that aim to develop universal approaches, such as end-to-end production design or the application of parallel engineering principles, also have a number of shortcomings. These include the fact that the given approaches do not fully take into account information about the technology capabilities of a particular production when making design decisions, and do not consider the relationship between the manufacturing preparation of machining and mechanical assembly industries. That is why studies aimed at developing such universal approaches have high applicability. To solve these problems, the authors conceptually developed a set of formalized design procedures for a system of accounting requirements for the assembly of high-precision products in the design of machining processes. However, to effectively identify the numerous requirements for the assembly of high-precision products (output parameters) and select those that cannot be provided by the method of complete interchangeability (critical elements), additional research is needed. The research objective is to develop principles for identifying the output parameters of high-precision products and detecting critical elements. To achieve this goal, it is required to solve the following problems: to formulate principles for constructing generalized surface graphs of high-precision products; to develop standards for classifying output parameters and identifying critical ones.
Materials and Methods. To conduct the research, a high-precision assembly unit was selected — "Stator Package 2". The research was carried out under real conditions of the existing multiproduct manufacture. For this assembly, a generalized surface graph was constructed, including information about the nature and sequence of surfaces, requirements for the assembly, dimensional tolerances and tolerances of shape and location, with its subsequent analysis.
Results. This paper presents the results of research on improving the enlarged block of design procedures for analyzing requirements for the assembly of high-precision products of the designed system. The paper established the relationship between the accuracy of dimensional tolerances and the tolerances of the shape and location of the surfaces of the product to which these dimensions belonged. Based on the relationship obtained, an order was determined for the unambiguous identification of critical elements.
Discussion and Conclusion. The application of this technique makes it possible to increase the reliability of the source information obtained during the implementation of an enlarged block of design procedures, as well as the validity and efficiency of identifying rational manufacturing technologies at subsequent stages of the system implementation, while providing the specified quality, accuracy of products, and reducing the complexity and cost of their manufacture.

Keywords: mechanical assembly production, process design, generalized surface graph, assembly, high-precision product, design dimensional analysis

Acknowledgements. The authors would like to thank the Editorial board of the journal and the reviewer for attentive attitude to the article and suggestions made that helped to improve its quality.

For citation. Nazaryev AV, Bochkarev PYu. Improving the Principles of Identifying Critical Requirements for the Assembly of High-Precision Products. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2024;24(1):66–77. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-66-77

Введение. Производство современных приборов и машин требует четкой организации технологического процесса сборки при тщательной технологической подготовке производства [1]. Данное требование особо актуально при изготовлении высокоточных изделий в прецизионном станкостроении, авиакосмической отрасли, оборонно-промышленном комплексе, подшипниковой промышленности и т. д. [2]. Под высокоточными изделиями в данной работе подразумеваются такие изделия, процесс сборки которых представляет сложность из-за трудностей с соблюдением заданных требований (критичные требования к сборке или критичные элементы), таких как размерные, динамические и другие характеристики, что может повлечь за собой необходимость изготовления большого количества резервных деталей и комплектов. Это, в свою очередь, приводит к увеличению объема незавершенного производства и требует больше времени и ресурсов для завершения технологического процесса (ТП) сборки [3].

Современные технологии позволяют повысить качество и точность производства, сократить расходы на материалы и внедрить ресурсосберегающие технологии. Однако на сегодняшний день отсутствует единая концепция комплексного подхода к решению названных выше проблем. При сборке изделий часто используются классические методы достижения точности, которые в большинстве случаев не являются универсальными, зависят от типа производства и часто являются экономически необоснованными. В таких случаях требуется разработка уникальных подходов к сборке, которые учитывали бы специфику конкретного изделия и обеспечивали необходимую точность без нецелесообразных затрат. Помимо этого, следует учитывать, что традиционное проектирование технологических процессов механической обработки и сборки имеет субъективный характер. Это связано прежде всего с ограничениями по времени и физическими возможностями, которые делают невозможным соперничество человека с современной вычислительной техникой [4]. Чтобы решить эти проблемы, необходимо разработать уникальные подходы, объединяющие различные аспекты производства и сборки изделий, а также учитывающие экономические факторы. Только комплексное решение позволит достичь оптимального результата и эффективно справиться с поставленными задачами.

В настоящее время концептуально разработана система автоматизированного планирования технологических процессов (САПлТП) [5]. Тем не менее слабой стороной указанной автоматизированной системы является отсутствие корреляции между многовариантным проектированием ТП изготовления деталей, входящих в сборочную единицу, и требованиями, предъявляемыми к технологии и точности сборки высокоточной сборочной единицы, исходя из которой можно рационально решить проблему сокращения объёма незавершённого производства и себестоимости сборки. Вместе с тем корреляция между конструкторской и технологической подготовкой производства пока еще не проработана в полном объеме. Вследствие этого исследования в данной сфере являются актуальными для современного развития механосборочных производственных систем. И цель авторов статьи — разработать принципы выявления выходных параметров высокоточных изделий и определения критичных элементов. Для этого следует сформировать принципы построения обобщенных графов поверхностей высокоточных изделий, определить стандарты классификации выходных параметров и выявления из них критичных.

Материалы и методы. Для решения названных выше проблем была разработана система учета требований к сборке высокоточных изделий при проектировании технологических процессов механической обработки (СТСТПМ) [6]. Однако, чтобы обеспечить более комплексную интеграцию данной системы в структуру САПлТП, необходимо активно искать варианты модернизации используемых стратегий разработки. Это позволит перейти к анализу производственной технологичности изделий и обеспечить более эффективное внедрение системы в структуру производства.

В рамках исследований по совершенствованию методик и формализации рассматриваемого блока были сформированы стратегии выполнения процедур данного блока и выбрана та из них, которая позволяет выявлять максимальное количество критичных элементов. Данная стратегия является комбинированной и сочетает в себе преимущества остальных подходов. Кроме того, для более точного расчета размерных цепей была внедрена специальная система индексации размеров, которая является наиболее эффективной. Подробно указанная индексация рассмотрена в исследовании [7] и в этой работе полностью приводиться не будет.

По данной стратегии производится детальная сегментация высокоточных изделий, что позволяет определить необходимые параметры для формирования множества требований к сборке ($М_{Т.С}$), проведения конструкторского размерного анализа и на основе его результатов выявления критичных элементов. Для реализации описанных процедур, во-первых, необходимо выявить те элементы из множества $М_{Т.С}$, которые удовлетворяют следующему условию:

$$ТБ_{k_1,l}^{i,j} < \sum_{i=1}^{n_9} ТА_{k_1,m}^{i_1,j}, \qquad (1)$$

где Б — требования к сборке (замыкающие звенья); А — составляющие звенья.

Приведенное условие позволяет выявить те элементы, которые не могут быть обеспечены методом полной взаимозаменяемости, т. е. критичные элементы. Указанные элементы включаются в соответствующее подмножество $М_1$. Оставшиеся элементы обеспечиваются методом полной взаимозаменяемости. Они формируют подмножество $М_{П.В.}$ и более не рассматриваются.

$$М_1 = \frac{М_{Т.С.}}{М_{П.В.}}. \tag{2}$$

Далее необходимо определить методы достижения точности для каждого критичного элемента и распределить их по соответствующим подмножествам: $М_{Н.В.}$ — критичные элементы, обеспечиваемые методом неполной взаимозаменяемости; $М_{Г.В.}$ — критичные элементы, обеспечиваемые методом селективной сборки; $М_{И.П.}$, $М_{Р.Е.}$ — критичные элементы, обеспечиваемые компенсацией.

Результаты исследования. Для распределения критичных элементов по группам выработана методика, основанная на построении обобщенного графа поверхностей высокоточных сборочных единиц и узлов, и сформулированы правила распределения.

Классификация модулей рабочих и связующих поверхностей деталей и сборочных единиц (ДСЕ), предложенная профессором Базровым Б.М. [8], представлена на рис. 1.

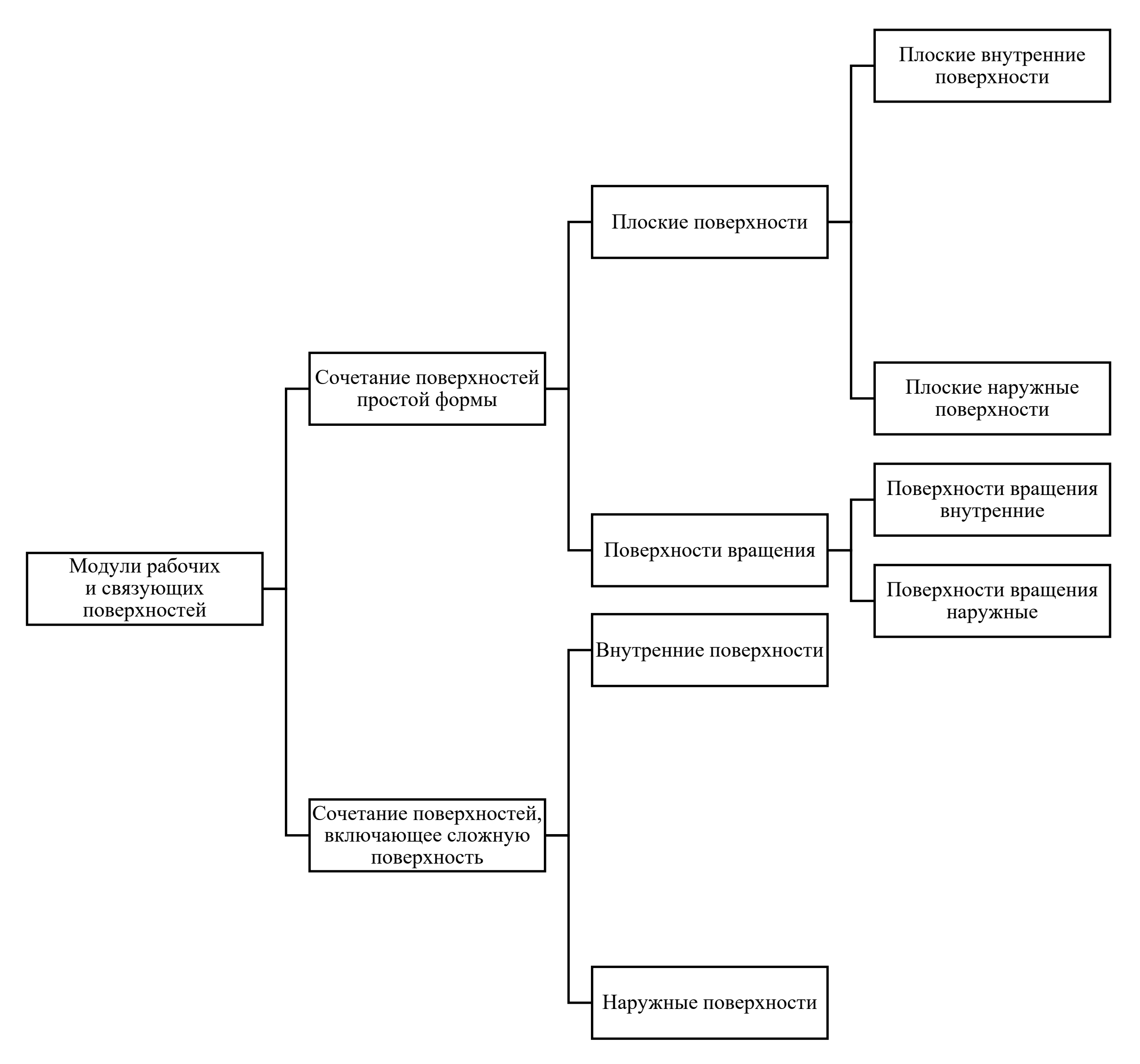


Рис. 1. Модули рабочих и связующих поверхностей ДСЕ [8]

Рассмотрим принципы построения обобщенного графа поверхностей на примере сборочной единицы (СЕ) «Пакет статора 2», входящей в высокоточное изделие «Гиромотор». На рис. 2 представлена аксонометрическая проекция СЕ «Пакет статора 2» и ее схематичное отображение, указаны основные требования к сборке, допуски формы и расположения, а также ДСЕ, из которых она состоит.

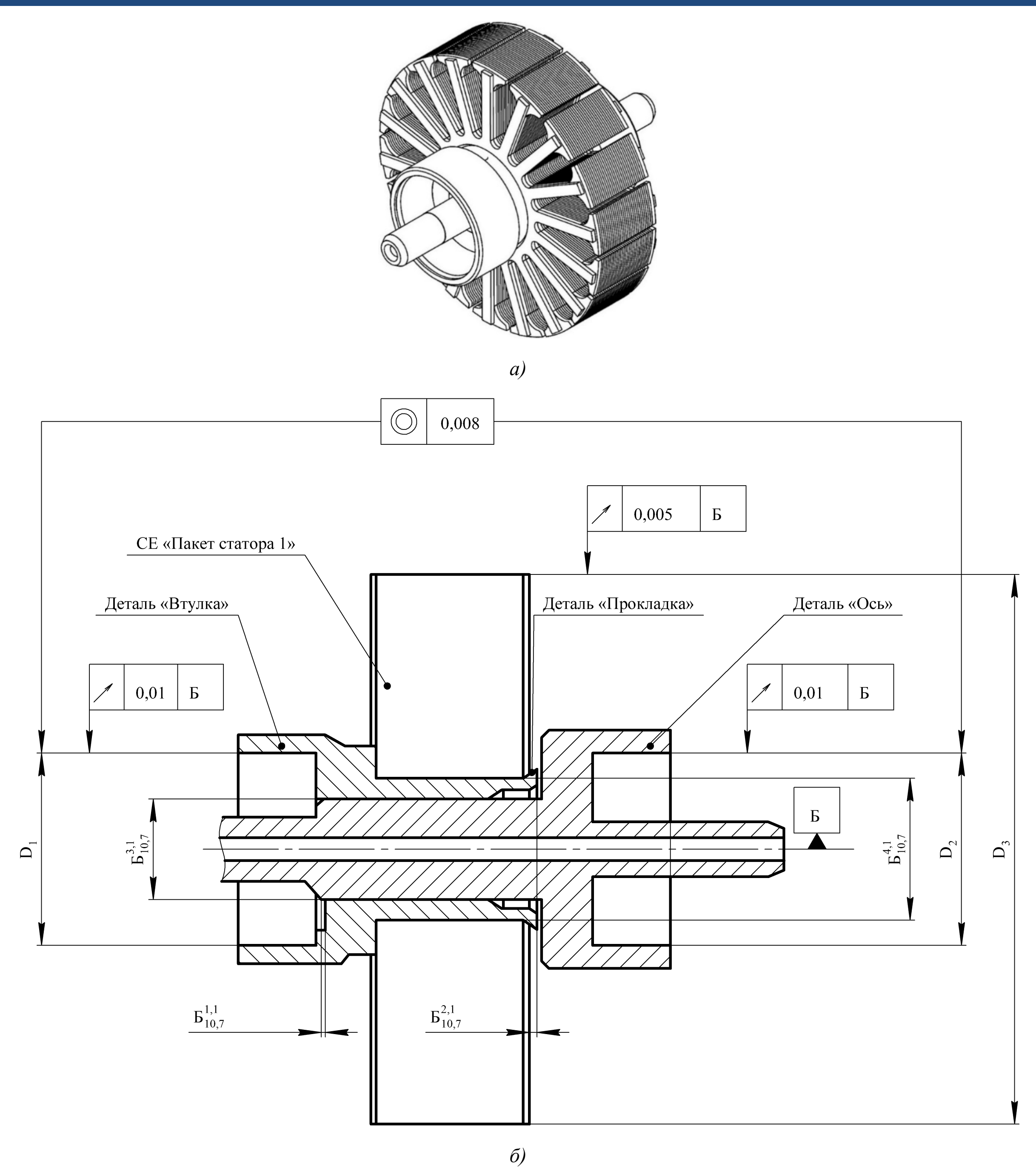


Рис. 2. СЕ «Пакет статора 2»:
а — аксонометрическая проекция; *б* — состав и основные требования к сборке, допуски формы и расположения

На рис. 3 представлен эскиз СЕ «Пакет статора 2», на котором пронумерованы поверхности составных ДСЕ и для каждой поверхности указан код в соответствии с требованиями САПлТП [9] (таблица 1).

Исходя из полученных сведений о характере и последовательности поверхностей ДСЕ, строится граф поверхностей СЕ «Пакет статора 2». На данном графе указываются поверхности ДСЕ, входящие в рассматриваемую СЕ. Для поверхностей ДСЕ, параллельных оси вращения СЕ (на графе обозначена «01»), условно показана связь с данной осью. Дополнительно отмечены поверхности ДСЕ, которые непосредственно контактируют в сборочной единице (например, поверхности 1.7 и 3.3 на рис. 4 *а*). Далее на указанный граф накладываются требования к сборке (размерные цепи), предъявляемые к данной СЕ, с указанием замыкающих звеньев и направлений составляющих звеньев. Важно отметить, что составляющие и замыкающие звенья, идущие к или от группы контактирующих поверхностей, являются сборочными размерами. Также на графе указывают основные допуски формы и расположения, предъявляемые к сборке СЕ (рис. 4 *б*). Требования к сборке и основные допуски формы и расположения взяты с рис. 2 *б*. В результате формируется обобщенный граф поверхностей СЕ «Пакет статора 2».

Таким образом, представленный граф позволяет получить необходимые данные о размерных взаимосвязях между отдельными поверхностями (группами поверхностей) ДСЕ, а также о контактирующих между собой поверхностях сопрягаемых ДСЕ. Полученные данные формируют исходную информацию для дальнейших этапов реализации процедур СТСТПМ.

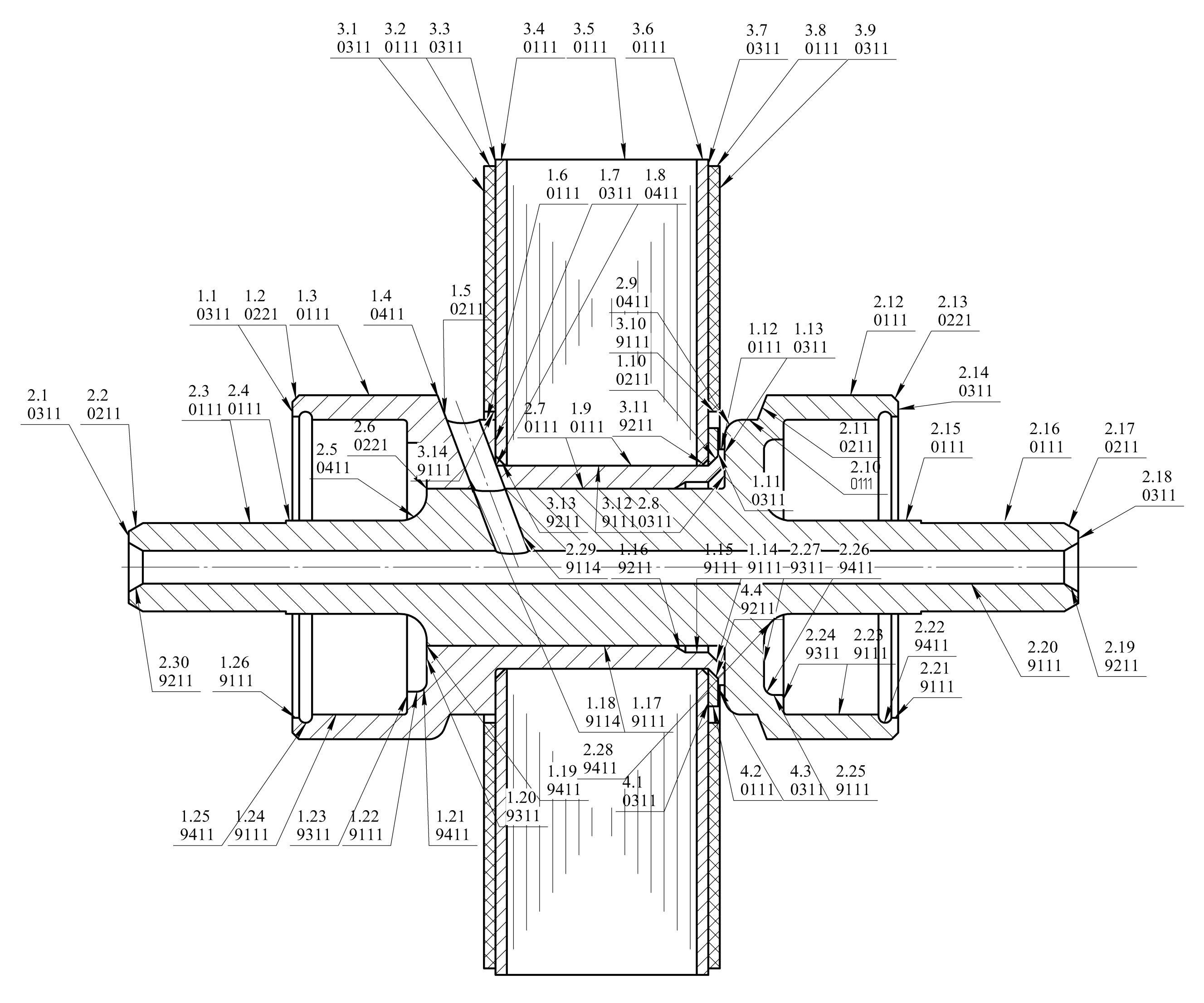


Рис. 3. Нумерация поверхностей СЕ «Пакет статора 2»

Таблица 1

№ ДСЕ, поверхности	Код	Тип
Деталь «Втулка»		
1.1	0311	Торец наружный
1.2	0221	Фаска наружная
1.3	0111	Наружная цилиндрическая
1.4	0411	Кривая наружная
1.5	0211	Конус наружный
1.6	0111	Наружная цилиндрическая
1.7	0311	Торец наружный
1.8	0411	Кривая наружная
1.9	0111	Наружная цилиндрическая
1.10	0211	Конус наружный
1.11	0311	Торец наружный
1.12	0111	Наружная цилиндрическая
1.13	0311	Торец наружный

1.14	9211	Конус внутренний
1.15	9111	Внутренняя цилиндрическая
1.16	9211	Конус внутренний
1.17	9111	Внутренняя цилиндрическая
1.18	9114	Цилиндрическое отверстие под углом к оси вращения
1.19	9411	Криволинейная внутренняя
1.20	9311	Торец внутренний
1.21	9411	Криволинейная внутренняя
1.22	9111	Внутренняя цилиндрическая
1.23	9311	Торец внутренний
1.24	9111	Внутренняя цилиндрическая
1.25	9411	Криволинейная внутренняя
1.26	9111	Внутренняя цилиндрическая
Деталь «Ось»		
2.1	0311	Торец наружный
2.2	0211	Конус наружный
2.3	0111	Наружная цилиндрическая
2.4	0111	Наружная цилиндрическая
2.5	0411	Кривая наружная
2.6	0221	Фаска наружная
2.7	0111	Наружная цилиндрическая
2.8	0311	Торец наружный
2.9	0411	Кривая наружная
2.10	0111	Наружная цилиндрическая
2.11	0211	Конус наружный
2.12	0111	Наружная цилиндрическая
2.13	0221	Фаска наружная
2.14	0311	Торец наружный
2.15	0111	Наружная цилиндрическая
2.16	0111	Наружная цилиндрическая
2.17	0211	Конус наружный
2.18	0311	Торец наружный
2.19	9211	Конус внутренний
2.20	9111	Внутренняя цилиндрическая
2.21	9111	Внутренняя цилиндрическая
2.22	9411	Криволинейная внутренняя
2.23	9111	Внутренняя цилиндрическая
2.24	9311	Торец внутренний
2.25	9111	Внутренняя цилиндрическая
2.26	9411	Криволинейная внутренняя
2.27	9311	Торец внутренний
2.28	9411	Криволинейная внутренняя
2.29	9114	Цилиндрическое отверстие под углом к оси вращения
2.30	9211	Конус внутренний
Деталь «Прокладка»		
4.1	0311	Торец наружный
4.2	0111	Наружная цилиндрическая
4.3	0311	Торец наружный
4.4	9211	Конус внутренний

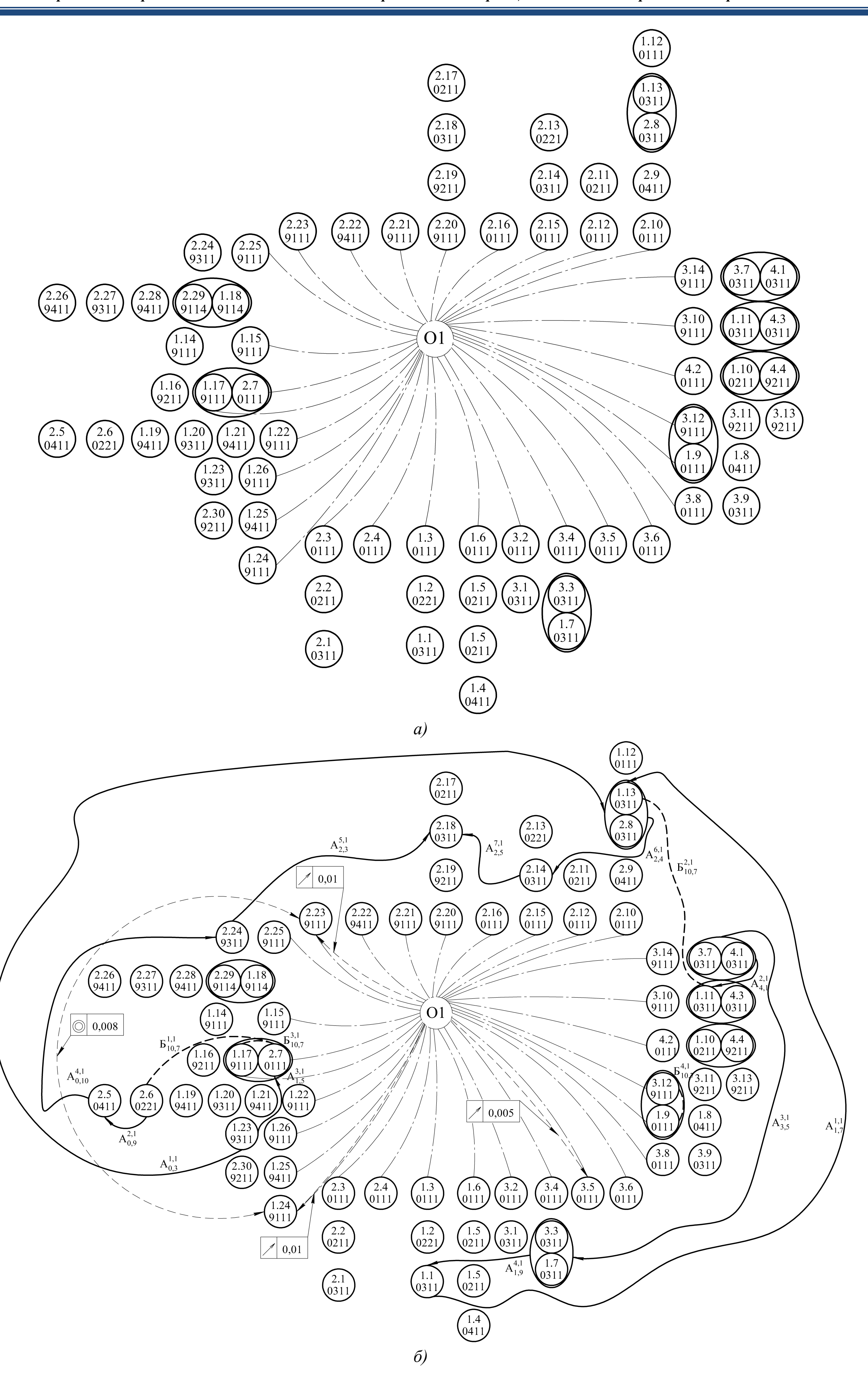


Рис. 4. Обобщенный граф поверхностей СЕ «Пакет статора 2»

Следующим этапом является установление взаимосвязей требований к сборке и поверхностей СЕ. В представленном примере оценены требования к сборке, связанные между собой при помощи поверхности детали «Втулка» 1.13 «Торец наружный» (рис. 5).

Для качественного распределения критичных элементов по группам и обнаружения тех из них, что не могут быть обеспечены методом полной взаимозаменяемости, необходимо провести корреляционный анализ точности допусков на размеры между поверхностями ДСЕ и заданных допусков формы и расположения указанных поверхностей.

Выполненные исследования включали в себя анализ преимущественно встречающихся в ДСЕ высокоточных изделий сопряжений рабочих или связующих поверхностей и соотнесение их с допусками формы и расположения (суммарными допусками формы и расположения), которые наиболее свойственны данным сочетаниям.

На основании проведенных исследований был определен порядок для однозначного выявления критичных элементов, которые не могут быть обеспечены методом полной взаимозаменяемости. В результате были выявлены конкретные размерные цепи и конструктивные параметры деталей, входящих в них, которые являются уникальными:

1. Ответственные охватывающие и охватываемые размеры сопрягаемых ДСЕ должны быть не ниже 9 квалитета точности.

2. Линейные размеры должны быть не ниже класса *f* (согласно требованиям ГОСТ 30893.1-2002[1]).

3. Допуски формы и расположения сопрягаемых поверхностей должны обладать высокой относительной геометрической точностью (С — 12 % от допуска размера для цилиндричности, круглости и профиля продольного сечения, 25 % — от допуска размера для остальных) [10].

4. Допуск угловых размеров конусов должен быть не грубее АТ10 (выбрано среднее значение из предложенного диапазона в ГОСТ 8908-81[2]).

Выполненная апробация разработанных методик построения графов и сформированных правил на примере анализа требований к СЕ «Пакет статора 2» в условиях действующего многономенклатурного производства показала их работоспособность. Выявленные критичные требования к сборке, не удовлетворяющие условия полной взаимозаменяемости:

− допустимая величина деформируемой (вальцованной) части детали «Втулка», полученной при сборке СЕ «Пакет статора 2»;

− допустимая величина выступания фаски детали «Ось» в СЕ «Пакет статора 2».

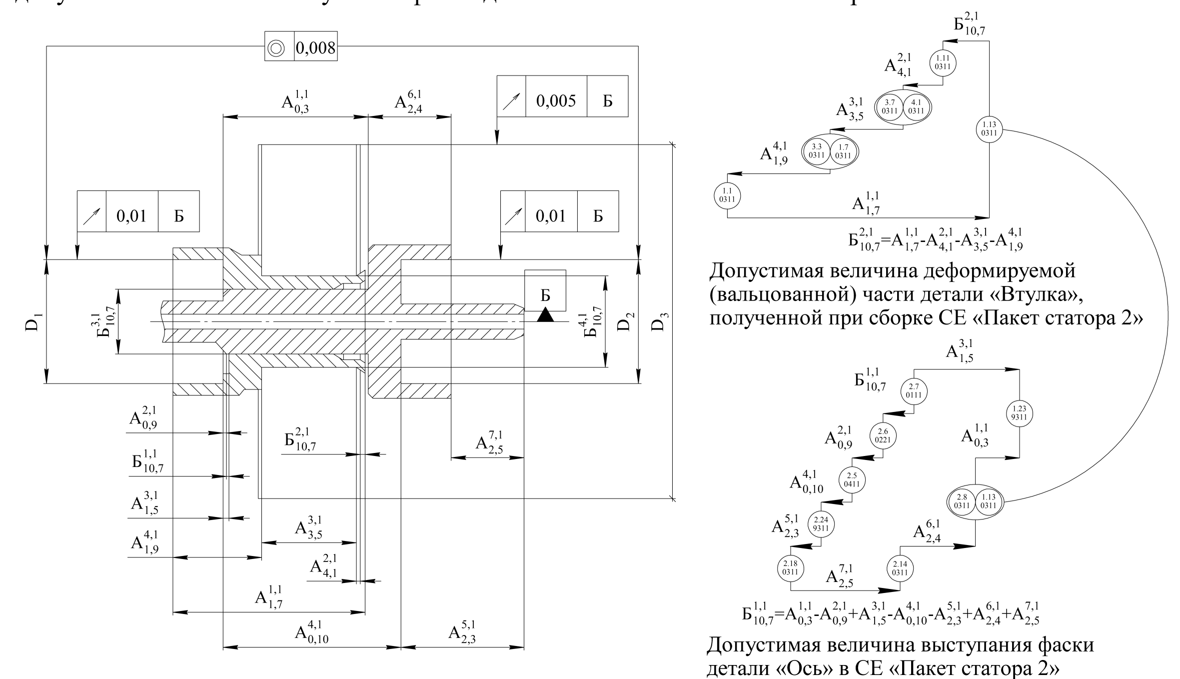


Рис. 5. Требования к сборке СЕ «Пакет статора 2» с указанием поверхностей, между которыми расположены соответствующие звенья цепей

[1] ГОСТ 30893.1-2002 (ИСО 2768-1-89). *Общие допуски: Предельные отклонения линейных и угловых размеров с неуказанными допусками.* URL: https://files.stroyinf.ru/Data2/1/4294816/4294816276.pdf (дата обращения: 29.11.2023).

[2] ГОСТ 8908-81. *Нормальные углы и допуски углов. Основные нормы взаимозаменяемости.* URL: https://docs.cntd.ru/document/1200011833 (дата обращения: 29.11.2023).

В результате реализации данного укрупненного блока проектных процедур СТСТПМ формируется исходная информация, включающая в себя множество требований к сборке (замыкающих звеньев размерных цепей), которые не могут быть обеспечены методом полной взаимозаменяемости, размеры ДСЕ — составляющие звенья размерных цепей указанного множества и комплект ДСЕ, которым данные замыкающие и составляющие звенья принадлежат. В рассматриваемом примере такой комплект будет состоять из ДСЕ «Втулка», «Ось», «Пакет статора 1». Размеры детали «Прокладка» в расчете критичных требований сборки не задействованы. На следующих этапах реализации СТСТПМ для полученного комплекта ДСЕ в САПлТП генерируются все возможные варианты ТП изготовления и проводится их технологический размерный анализ. Далее из полученного множества ТП методом многокритериальной оптимизации выбираются наиболее рациональные. Для осуществления процедуры выбора была разработана система критериев, основным из которых является критерий получения максимального количества сборочных комплектов. Подробно методика процедур генерации, технологического размерного анализа и выбора изложена в исследовании [6]. Также следует отметить, что совершенствование методического аппарата СТСТПМ позволит перейти к оценке производственной технологичности изделия [11].

Обсуждение и заключение. В статье предложены принципы построения обобщенных графов поверхностей высокоточных СЕ и узлов, сформированы стандарты классификации выходных параметров высокоточных по соответствующим группам и выявления из них критичных элементов высокоточных изделий. Изложенная методика создает условия для полной формализации рассматриваемой проектной процедуры и наглядности графических результатов размерного анализа. Применение данной методики позволяет повысить достоверность исходной информации, полученной при реализации укрупненного блока проектных процедур, а также обоснованность и эффективность выявления рациональных ТП изготовления ДСЕ на последующих этапах реализации СТСТПМ при обеспечении заданных качества, точности изделий и снижении трудоемкости и себестоимости их изготовления.

Совершенствование научных принципов реализации данного укрупненного блока проектных процедур СТСТПМ повышает уровень цифровой трансформации конструкторской и технологической подготовки производства и наряду с вопросами автоматизации проектирования ТП изготовления и сборки создает предпосылки для реализации системного подхода к оценке производственной технологичности изготавливаемых изделий.

Следующим этапом развития предложенного исследования планируется дополнение обобщенного графа информацией о конструкторских и технологических базах ДСЕ и характере сочетаний контактирующих связующих и рабочих поверхностей согласно классификации профессора Б.М. Базрова. Внедрение в обобщенный граф указанных сведений позволит окончательно сформировать методическое обеспечение данного укрупненного блока проектных процедур.

Список литературы / References

1. Bazrov BM. Classification of Objects of Technological Preparation in the Machining Production. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2021;1047:12048. https://doi.org/10.1088/1757-899X/1047/1/012048

2. Суслов А.Г., Федонин О.Н., Петрешин Д.И. Фундаментальные основы обеспечения и повышения качества изделий машиностроения и авиакосмической техники. *Вестник Брянского государственного технического университета.* 2020;87(2):4–10. https://doi.org/10.30987/1999-8775-2020-2020-2-4-10

Suslov A, Fedonin O, Petreshin D. Basic Fundamentals to Ensure and Increase Quality of Mechanical Engineering and Aerospace Products. *Bulletin of Bryansk State Technical University*. 2020;87(2):4–10. https://doi.org/10.30987/1999-8775-2020-2020-2-4-10

3. Осетров В.Г., Слащев Е.С. *Сборка в машиностроении, приборостроении. Теория, технология и организация.* Ижевск: Ижевский институт комплексного приборостроения; 2015. 328 с.

Osetrov VG, Slashchev ES. *Assembly in Mechanical Engineering, Instrumentation. Theory, Technology and Organization.* Monograph. Izhevsk: Izhevskii institut kompleksnogo priborostroeniya; 2015. 328 p. (In Russ.).

4. Peng Lin, Ming Li, Xiangtianrui Kong, Jian Chen, George Q. Huang, Meilin Wang. Synchronisation for Smart Factory — Towards IOT-Enabled Mechanisms. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing.* 2017;31(7):624–635. https://doi.org/10.1080/0951192X.2017.1407445

5. Митин С.Г. *Синтез технологических операций со сложной структурой в многономенклатурных системах механообработки.* Дис. док. тех. наук. Саратов; 2017. 270 с.

Mitin SG. *Synthesis of Production Operations with a Complex Structure in Multi-Nomenclature Machining Systems*. Dr.Sci. (Engineering) diss. Saratov; 2017. 270 p. (In Russ.).

6. Назарьев А.В. *Совершенствование технологической подготовки многономенклатурных механообрабатывающих производств на основе учета требований к сборке высокоточных изделий*. Дис. канд. тех. наук. Саратов; 2019. 163 с.

Nazaryev AV. *Improving the Manufacturing Preparation of Multitopic Machining Industries Based on Requirements for the Assembly of High-Precision Products.* Cand.Sci. (Engineering) diss. Saratov; 2019. 163 p. (In Russ.).

7. Назарьев А.В., Бочкарев П.Ю., Митин С.Г. Формализация стратегии выявления критичных требований к сборке при проведении технологической подготовки многономенклатурных машиностроительных производств. *Наукоемкие технологии в машиностроении.* 2022;136(10):42–48. https://doi.org/10.30987/2223-4608-2022-10-42-48

Nazarev A, Bochkarev P, Mitin S. Formal Characterization of the Strategy for Identifying Critical Assembly Requirements When Staging Multipart Machinery Productions. *Science Intensive Technologies in Mechanical Engineering.* 2022;136(10):42–48. https://doi.org/10.30987/2223-4608-2022-10-42-48

8. Базров Б.М. *Базис технологической подготовки машиностроительного производства*. Москва: КУРС; 2023. 324 с.

Bazrov BM. *Basis of Manufacturing Preparation of Machine-Building Production.* Moscow: KURS; 2023. 324 p. (In Russ.).

9. Иванов А.А. *Разработка моделей и алгоритмов проектных процедур управления производством в системе планирования многономенклатурных технологических процессов механообработки.* Дис. канд. тех. наук. Саратов; 2016. 601 с.

Ivanov AA. *Development of Models and Algorithms of Design Procedures for Production Management in the Planning System of Multiproduct Machining Processes*. Cand.Sci. (Engineering) diss. Saratov; 2016. 601 p. (In Russ.).

10. Суслов А.Г., Безъязычный В.Ф., Базров Б.М., Бабичев А.П., Бочкарев П.Ю., Гузеев В.И и др. Суслов А.Г. (ред.) *Справочник технолога.* Москва: Инновационное машиностроение; 2019. 800 с.

Suslov AG, Bezyazychny VF, Bazrov BM, Babichev AP, Bochkarev PYu, Guzeev VI, et al. AG Suslov (ed). *Technologist's Handbook.* Moscow: Innovatsionnoe mashinostroenie; 2019. 800 p. (In Russ.).

11. Бокова А.К., Бокова Л.Г. Повышение качества продукции на основе оценки производственной технологичности. В: *Сборник научных статей Всероссийской научно-технической конференции «Современные технологии, материалы и техника».* Воронеж: Воронежский государственный технический университет; 2023. С. 91–96.

Bokova AK, Bokova LG. Product Quality Improvement Based on the Assessment of Production Manufacturability. In: *Coll. of Sci. Papers of All-Russian Sci.-Tech. Conf. "Modern Technologies, Materials and Equipment".* Voronezh: Voronezh State Technical University; 2023. P. 91–96. (In Russ.).

Об авторах:

Александр Викторович Назарьев, кандидат технических наук, начальник конструкторского сектора ПО «Корпус» — филиала АО «НПЦАП» (410010, РФ, г. Саратов, ул. Осипова, 1), SPIN-код: 5363-6836, ORCID, ScopusID, alex121989@mail.ru

Петр Юрьевич Бочкарёв, доктор технических наук, профессор кафедры технологии машиностроения Камышинского технологического института (филиала) Волгоградского государственного технического университета (403874, Волгоградская обл., г. Камышин, ул. Ленина, 6а), профессор кафедры технического обеспечения АПК Саратовского государственного университета генетики, биотехнологии и инженерии имени Н.И. Вавилова (410068, г. Саратов, просп. Петра Столыпина, 4, стр. 3), SPIN-код: 1696-3045, ORCID, ScopusID, bpy@mail.ru

Заявленный вклад авторов:

А.В. Назарьев — разработка принципов классификации и учета требований к сборке высокоточных изделий, формализация правил выявления требований к сборке, промышленная апробация, подготовка текста.

П.Ю. Бочкарев — научное руководство, методический подход к планированию механообрабатывающих и сборочных производств, доработка текста.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Поступила в редакцию 19.01.2024
Поступила после рецензирования 13.02.2024
Принята к публикации 22.02.2024

About the Authors:

Alexandr V. Nazaryev, Cand.Sci. (Eng.), Head of the Design Sector, Industrial Association "Korpus", Branch of FSUE "Academician Pilyugin Scientific-Production Center of Automatic and Instrument Making" (1, Osipov St., Saratov, 410019, RF), SPIN-code: 5363-6836, ORCID, ScopusID, alex121989@mail.ru

Pyotr Yu. Bochkarev, Dr.Sci. (Eng.), Professor of the Mechanical Engineering Department, Kamyshin Technological Institute, VSTU branch (6a, Lenin St., Kamyshin, Volgograd Region, 403805, RF), Professor of the AIC Engineering Support Department, Saratov State Vavilov Agrarian University (1, Teatralnaya Sq., Saratov, 410012, RF), SPIN-code: 1696-3045, ORCID, ScopusID, bpy@mail.ru

Claimed contributorship:

AV Nazaryev: development of principles of classification and requirements for the assembly of high-precision products, formalization of rules for identifying assembly requirements, industrial testing, text preparation.

PYu Bochkarev: academic advising, methodological approach to planning machining and assembly production, finalization of the text.

Conflict of interest statement: the authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final version of the manuscript.

Received 19.01.2024
Revised 13.02.2024
Accepted 22.02.2024

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT



УДК 004.032.22,621.438:62-253.51

https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-78-87

Научная статья

Аппроксимация профиля лопаток газотурбинных двигателей



EDN: QOELMG

М.Е. Соловьев[1] ✉, **Ю.Н. Шулева**[1], **С.Л. Балдаев**[2], **Л.Х. Балдаев**[2]

[1] Ярославский государственный технический университет, г. Ярославль, Российская Федерация

[2] ООО «Технологические системы защитных покрытий», г. Москва, г. Щербинка, Российская Федерация

✉ me_s@mail.ru

Аннотация

Введение. Повышение долговечности лопаток газотурбинных двигателей (ГТД) достигается за счет применения специальных защитных покрытий их поверхности. Для разработки таких покрытий основной исходной информацией является геометрический профиль сечения лопатки. Для передачи заданного профиля сечения лопатки в соответствующую CAD/CAM-систему или пакет инженерного анализа применяются методы параметрического моделирования, позволяющие автоматизировать данную операцию. Однако известные подходы к созданию параметрической модели профиля лопатки не лишены ряда недостатков, и общепринятой методики ее создания в настоящее время не существует. Целью данной работы является создание методики аппроксимации профиля лопаток ГТД, удобной для использования при последующем анализе условий работы специальных покрытий поверхности лопаток.

Материалы и методы. При построении параметрических моделей профиля лопаток газотурбинных двигателей авторами использован метод, основанный на применении ортогональных полиномов Лежандра. Это позволило обеспечить высокую точность аппроксимации и построение непрерывного отображения для параметров аппроксимации профиля лопатки. Для автоматизированной обработки исходных профилей создано приложение на языке Python, позволяющее вычислять коэффициенты аппроксимирующих полиномов для линий контура лопатки, визуализировать результаты расчета и создавать по точкам аппроксимирующих функций dxf-файл для передачи его в CAD-систему. Далее геометрические модели лопаток использовали для решения задачи обтекания лопатки стационарным аэродинамическим потоком. Результаты решения этой задачи использованы при исследовании влияния профиля лопатки на ее остывание в аэродинамическом потоке.

Результаты исследования. В качестве примера рассмотрены три варианта профилей лопаток, относящихся к разным типам ГТД. Показано, что для всех трех изученных профилей предложенная методика позволяет получать параметрические модели, обеспечивающие высокую точность построения аппроксимирующих линий, что подтверждается близкими к единице значениями коэффициентов детерминации. Для иллюстрации возможности использования полученных моделей приведены примеры решения задачи газовой динамики при потенциальном обтекании лопатки в стационарном аэродинамическом потоке. Методом конечных элементов рассчитаны распределения давлений и температур на поверхности лопатки.

Обсуждение и заключение. Результаты вычислений показали, что предлагаемая методика аппроксимации профиля лопатки ГТД, основанная на использовании ортогональных многочленов, является удобным инструментом, позволяющим автоматизировать создание геометрической модели лопатки и проводить сравнение различных типов и профилей лопаток, решая соответствующие задачи газовой динамики. При этом для заданного профиля лопаток и условий работы ГТД можно получить распределение температур и усилий, действующих на поверхности лопатки, что необходимо для прогнозирования долговечности специальных покрытий.

Ключевые слова: лопатки газотурбинных двигателей, профиль сечения, аппроксимация, ортогональные многочлены

Благодарности. Авторы выражают благодарность редакции и рецензентам за внимательное отношение к статье и указанные замечания, устранение которых позволило повысить ее качество.

Для цитирования. Соловьев М.Е., Шулева Ю.Н., Балдаев С.Л., Балдаев Л.Х. Аппроксимация профиля лопаток газотурбинных двигателей. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2024;24(1):78–87. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-78-87

Research article

Approximation of the Profile of Gas Turbine Engine Blades

Mikhail E. Soloviev[1] ✉, **Yulia N. Shuleva**[1], **Sergey L. Baldaev**[2], **Lev Kh. Baldaev**[2]

[1] Yaroslavl State Technical University, Yaroslavl, Russian Federation

[2] "Technological Systems of Protective Coatings" LLC, Shcherbinka, Moscow, Russian Federation

✉ me_s@mail.ru

Abstract

Introduction. Increasing the durability of gas turbine engine (GTE) blades is achieved through the use of special protective coatings on their surface. For the development of such coatings, the basic source information is the geometric profile of the blade section. To transfer a given blade cross-section profile to the appropriate CAD/CAM system or engineering analysis package, parametric modeling methods are used to automate this operation. However, the known approaches to creating a parametric model of a blade profile are not without a number of disadvantages, and a generally accepted method for creating it does not currently exist. The research was aimed at creating a technique for approximating the profile of gas turbine engine blades, convenient for use in the subsequent analysis of the operating conditions of special coatings on the surface of the blades.

Materials and Methods. When constructing parametric models of the profile of gas turbine engine blades, a method based on the orthogonal Legendre polynomials was used. This made it possible to provide high accuracy of approximation and construction of a continuous mapping for the parameters of the blade profile approximation. A Python application was created for automated processing of source profiles. It provided the calculation of the coefficients of approximating polynomials for the contour lines of the blade, visualization of the calculation results, and creation of a dxf file based on the points of approximating functions to transfer it to the CAD system. Next, geometric models of blades were used to solve the problem of a stationary aerodynamic flow around a blade. The results of solving this problem were used to study the effect of the blade profile on its cooling in an aerodynamic flow.

Results. As an example, three options of blade profiles belonging to different types of GTE were considered. It was shown that for all three studied profiles, the proposed technique provided obtaining parametric models that maintained high accuracy in constructing approximating lines, which was confirmed by the values of the determination coefficients close to unity. To illustrate the possibility of using the obtained models, examples of solving the gas dynamic problem with a potential flow around a blade in a stationary aerodynamic flow were given. The distributions of pressure and temperature on the surface of the blade were calculated using the finite element method.

Discussion and Conclusion. The calculation results show that the proposed technique of approximating the profile of the GTE blade, based on the use of orthogonal polynomials, is a convenient tool to automate the creation of a geometric model of the blade and compare different types and profiles of blades, solving the corresponding gas dynamic problems. At the same time, for a given blade profile and GTE operating conditions, it is possible to obtain the distribution of temperatures and forces acting on the surface of the blade, which is required for predicting the durability of special coatings.

Keywords: blades of gas turbine engines, section profile, approximation, orthogonal polynomials

Acknowledgments. The authors would like to thank the Editorial board and the reviewers for their attentive attitude to the article and for the specified comments that improved the quality of the article.

For citation. Soloviev ME, Shuleva YuN, Baldaev SL, Baldaev LKh. Approximation of the Profile of Gas Turbine Engine Blades. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2024;24(1):78–87. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-78-87

Введение. Лопатки турбины являются наиболее высоконагруженными деталями газотурбинного двигателя, долговечность которых главным образом определяет межремонтный ресурс двигателя [1]. Одним из путей повышения долговечности лопаток турбин является нанесение специальных защитных покрытий на их поверхности [2]. Покрытие представляет собой сложную композитную конструкцию, для выбора материалов которой и определения оптимальных геометрических характеристик необходимо знать условия эксплуатации детали: распределение температур, давлений и сдвиговых напряжений на поверхности лопатки.

К форме лопаток, а также к выбору материалов, технологии их изготовления и специальных покрытий предъявляются самые высокие требования [3]. При проектировании специальных покрытий основной исходной информацией является геометрический профиль поверхности детали, поскольку на его основе задаются параметры технологического процесса нанесения покрытия.

Среди характерных элементов профиля можно выделить: хорду — расстояние между наиболее удаленными точками при горизонтальном расположении лопатки, подобно крылу самолета, спинку (suction side) — верхнюю часть профиля, корытце (pressure side) — нижнюю часть профиля, входные и выходные кромки [4]. Выбор формы профиля сечения лопаток производится как на основе экспериментальных исследований опытных установок и реальных двигателей [5], так и по результатам численных экспериментов на моделях [6]. В процессе численного моделирования возникает задача создания геометрической модели лопатки на основании заданного профиля сечения и передачи ее в соответствующую CAD/CAM-систему [7] или пакет инженерного анализа [8], в котором задаются параметры физических свойств материалов деталей, определяются граничные условия задачи и осуществляются вычисления.

Традиционно при создании чертежа лопатки ее профиль описывается набором дуг окружностей, который затем по точкам передается в модуль создания геометрической модели и генерации сетки конечных элементов. Недостаток данного подхода состоит в том, что при создании каждой новой модели приходится вручную создавать в графическом редакторе ее профиль. В этой связи были предложены методы параметрического моделирования профиля сечения лопатки, позволяющие автоматизировать данную операцию. Одной из наиболее известных таких моделей является девятипараметрическая модель RATD (Rapid Axial Turbine Designe), предложенная в работе [9]. Вместе с тем практика использования RATD выявила и определенные недостатки, свойственные данной модели, в частности неудобство использования при оптимизации геометрии профиля, а также недостаточную точность. На этом основании авторами [10] была предложена модифицированная версия данной модели, включающая в себя большее число параметров. В отечественной практике также активно используются методы параметрического моделирования профилей сечения лопаток. Так, в работах [11, 12] были предложены алгоритмы автоматизированного построения профиля лопаток с использованием аппроксимации кривыми из набора парабол и кривыми Bezier второго порядка. В работе [13] на основе данных алгоритмов предложена методика проектирования решетки профилей ГТД. Использование параметрических моделей профилей лопаток при решении задач оптимизации рассматривалось авторами в [14, 15].

Вместе с тем следует отметить, что существующие методики параметризации профиля лопаток не лишены ряда недостатков. Основной недостаток традиционных схем параметризации профиля лопаток, основанных на использовании кривых второго порядка, состоит в том, что для обеспечения точности описания приходится использовать различные функции для разных частей детали. При этом данные функции не образуют ортогональную систему, а значения параметров, определяемых аппроксимацией существующего профиля методом наименьших квадратов, оказываются скоррелированными. Это приводит к тому, что не удается построить непрерывного отображения для множества параметров при аппроксимации системой сечений трехмерной поверхности лопатки двойной кривизны.

Также необходимо отметить, что универсальной методики параметрического моделирования профилей лопаток ГТД в настоящий момент не существует, а выбор конкретной методики зависит как от целей моделирования, так и от особенностей конкретного типа проектируемого двигателя. Вместе с тем формы входной информации могут существенно различаться. Это может быть и геометрическая модель в виде файла в формате одной из CAD-систем, и просто набор точек из базы данных профилей типа [16].

Таким образом, дополнительным требованием к методике параметрического моделирования профиля лопаток, обусловленным назначением модели, является универсальность по отношению к формату исходных данных.

Целью настоящей работы явилось создание методики аппроксимации профиля лопаток ГТД, свободной от вышеперечисленных недостатков и удобной для использования при последующем анализе условий работы специальных покрытий поверхности лопаток, что продемонстрировано на примере решения задачи газовой динамики для трех различных моделей лопаток, профиль которых параметризован с применением предлагаемой методики.

Материалы и методы. Авторами использован вариант параметрических моделей профиля лопаток, основанный на использовании ортогональных полиномов Лежандра [17]. Для автоматизированной обработки исходных профилей было создано приложение на языке Python, позволяющее вычислять коэффициенты аппроксимирующих полиномов для линий контура лопатки, визуализировать результаты расчета в форме графиков исходных точек и аппроксимационных кривых для спинки и корытца лопатки, сохранять исходные точки профиля, массив коэффициентов аппроксимирующих полиномов и коэффициент детерминации модели в базе данных и создавать по точкам аппроксимирующих функций dxf-файл для передачи его в CAD-систему и пакет инженерного анализа.

Построенные двумерные геометрические модели лопаток использовали для решения задачи обтекания лопатки стационарным аэродинамическим потоком в приближении потенциального обтекания. Вычисленные в результате решения этой задачи распределения скоростей в потоке использовали при исследовании влияния профиля лопатки на ее остывание в аэродинамическом потоке.

Методика расчета. Системы ортогональных многочленов, используемые в качестве основы предлагаемого метода, обеспечивают линейную независимость коэффициентов аппроксимации и лишены недостатка, приводящего к затруднениям при построении моделей, непрерывных по параметрам. Степень полиномов выбрана достаточно высокой — девятого порядка, так что набор из двух полиномов для двух частей профиля (спинки и корытца) составляет двадцать параметров, что является достаточным для аппроксимации весьма сложных профилей. Ниже описаны вид аппроксимирующей функции и методика вычисления оценок ее коэффициентов.

Обозначим аппроксимирующую линию профиля лопатки посредством функции $y(x)$. Выражение данной линии в случае ряда полиномов Лежандра девятой степени представим в виде:

$$y(x) = \sum\nolimits_{i=0}^{9} a_i L_i(x), \tag{1}$$

где a_i — коэффициенты, являющиеся параметрами модели; $L_i(x)$ — полиномы Лежандра, вычисляемые по формулам:

$$\begin{gathered}
L_0 = 1; \\
L_1 = x; \\
L_2 = \left(3x^2 - 1\right)/2; \\
L_3 = \left(5x^3 - 3x\right)/2; \\
L_4 = \left(35x^4 - 30x^2 + 3\right)/8; \\
L_5 = \left(63x^3 - 70x^3 + 15x\right)/8; \\
L_6 = 231/16x^6 - 315/16x^4 + 105/16x^2 - 5/16; \\
L_7 = 429/16x^7 - 693/16x^5 + 315/16x^3 - 35/16\,x; \\
L_8 = 6\,435/128x^8 - 3\,003/32x^6 + 3\,465/64x^4 - 315/32\,x^2 + 35/128; \\
L_9 = \frac{12\,155}{128x^9} - \frac{6\,435}{32x^7} + \frac{9\,009}{64x^5} - \frac{1155}{32x^3} + \frac{315}{128x}.
\end{gathered} \tag{2}$$

Пусть координаты исходного профиля лопатки заданы набором точек $y_i^c = y^c(x_i)$, $i = 1, \ldots, N$. Подставляя значения x_i в функции (2), получим матрицу X размером $N \times 10$. Коэффициенты аппроксимирующего полинома для заданных профилей лопаток находили методом наименьших квадратов из условия минимума суммы квадратов отклонений заданных значений y_i^c и рассчитанных по уравнению регрессии (1):

$$\hat{a}_i = \sum\nolimits_{i=1}^{N} \left(y_i^c - y(a_i, x_i)\right)^2 \to min. \tag{3}$$

Оценки коэффициентов $\hat{a}_i$ вычисляли с помощью известной формулы регрессионного анализа:

$$a = \left(X^T X\right)^{-1} X^T y, \tag{4}$$

где a — обозначение для вектора оценок коэффициентов; y — для вектора точек заданного профиля y_i^c.

Точность аппроксимации оценивалась по коэффициенту детерминированности модели (коэффициент детерминации R^2), который при хорошей аппроксимации должен быть близким к единице:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum\left(y(x_i) - y_i^c\right)^2}{\sum\left(\overline{y}^c - y_i^c\right)^2}, \tag{5}$$

где $\overline{y}^c$ — среднее значение y_i^c.

В конструкторской практике принято входную и выходную кромки контура лопаток описывать радиусами окружностей. В связи с этим в данной работе рассматривались координаты точек аппроксимируемых профилей между дугами окружностей входной и выходной кромок. Для целей аппроксимации расположение контура рассматриваемой лопатки было принято горизонтальным, так, чтобы линия хорды лопатки совпадала с осью абсцисс декартовой системы координат. Для сохранения условия ортогональности моделей обязательным является нормировка размеров. В связи с этим все размеры нормировались на длину хорды лопатки, так что абсциссы точек профиля лежали в интервале 0,1. Это обеспечивало ортогональность функций (2) с коэффициентами, вычисленными по формулам (4).

Результаты исследования. В таблице 1 приведены коэффициенты аппроксимирующих полиномов для профилей лопаток, относящихся к разным типам ГТД: профиль лопатки компрессора C8626 [13], профиль NASA лопатки высокоэффективного ГТД высокого давления [18] и профиль лопатки-имитатора, использованной в работе [19] для исследования термической усталости теплозащитного покрытия, состоящего из двух металлических и керамического слоев.

Таблица 1

Коэффициенты аппроксимирующих полиномов для профилей лопаток
из разных источников

Коэффициенты	[13]		[18]		[19]	
	спинка	корытце	спинка	корытце	спинка	корытце
a_0	142,4250	–123,0993	–1275,6471	717,8336	–1043,6707	527,0915
a_1	–374,3446	324,9875	3328,6126	–1868,9670	2719,5055	–1369,9895
a_2	477,9332	–417,7186	–4181,1239	2338,1048	–3406,1466	1707,9198
a_3	–444,4554	392,7204	3794,0526	–2108,4202	3077,0694	–1531,8025
a_4	324,6819	–292,0489	–2684,7257	1479,0172	–2164,2992	1066,1471
a_5	–189,2284	174,3673	1502,4170	–818,4219	1201,7203	–583,7501
a_6	86,8260	–82,4103	–654,4877	351,5869	–518,2516	247,3087
a_7	–30,0775	29,5457	211,8930	–111,9355	165,6344	–77,2958
a_8	7,1533	–7,3024	–46,0284	23,8450	–35,3931	16,0493
a_9	–0,9024	0,9652	5,1021	–2,5861	3,8411	–1,6752
R^2	0,9999	0,9993	0,9896	0,9990	0,9982	0,9994

На рис. 1 приведены исходные точки данных профилей и соответствующие аппроксимирующие линии

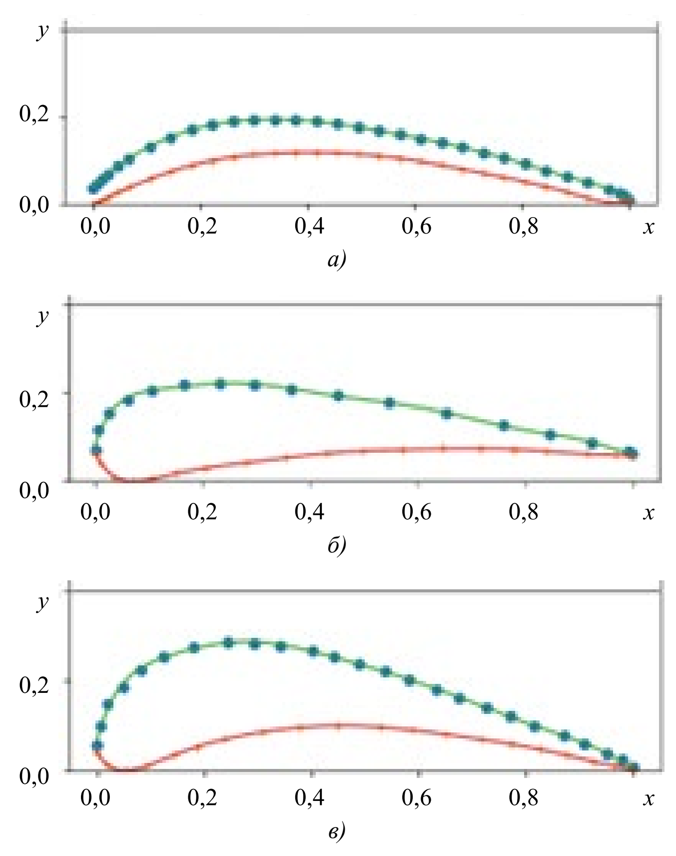


Рис. 1. Исходные точки и аппроксимирующие линии профилей лопаток, представленных в таблице 1, источники профилей лопаток: *а* — [13]; *б* — [18]; *в* — [19]

Как было указано выше, целью параметризации в настоящей работе является аппроксимация профиля непрерывной функцией с последующим моделированием распределения внешних параметров по поверхности лопатки. Для иллюстрации возможности решения данной задачи рассмотрим простую двумерную модель лопатки в стационарном аэродинамическом потоке, в приближении потенциального обтекания. В этом случае распределение скоростей потока $v(x, y)$ описывается уравнением:

$$v = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial\psi}{\partial x} \\ -\dfrac{\partial\psi}{\partial y} \end{pmatrix}, \tag{6}$$

где функция ψ находится из решения уравнения Лапласа:

$$\Delta\psi = 0, \tag{7}$$

которое в данном случае отвечает условию несжимаемости ($\nabla \cdot v = 0$) и безвихревому потоку ($\nabla \times v = 0$).

Граничным условием для функции ψ будет являться равенство нулю скорости в нормальном направлении поверхности лопатки, что означает постоянство ψ на этой поверхности.

Обозначим линию профиля поверхности лопатки посредством S и будем искать решение уравнения (7) в области Ω, ограниченной внешней частью по отношению к S и внутренней частью по отношению к окружности C достаточно большого диаметра, по сравнению с длиной хорды лопатки, так что на поверхности C поток является однородным. То есть на границе области $\partial\Omega = S \cup C$ заданы условия:

$$\psi\big|_S = 0,\ \psi\big|_C = v_\infty \cdot x^\perp, \tag{8}$$

где v_∞ — вектор скорости однородного потока.

После вычисления скоростей можно вычислить распределение давлений по уравнению Бернулли:

$$p = B - \frac{\rho v^2}{2}, \tag{9}$$

где ρ — плотность газа; B — постоянная Бернулли, которую можно положить равной $p_\infty + \dfrac{\rho v_\infty^2}{2}$, где p_∞ — давление на бесконечном удалении от лопатки.

Вариационная постановка задачи (7) выглядит следующим образом:

$$\int_\Omega \nabla\psi\nabla w = 0,\ \forall w \in H_0^1(\Omega). \tag{10}$$

Решение данной задачи осуществлялось методом конечных элементов. Для сравнения расчет был проведен для трех вариантов профилей лопаток, приведенных в таблице 1, с одной и той же длиной хорды l.

Полученные результаты использовались далее при решении задачи остывания лопатки в аэродинамическом потоке. Такая задача имеет смысл при термоциклических испытаниях покрытий на лопатках-имитаторах. В этом случае постановка задачи выглядела следующим образом:

$$\partial_t T - \nabla \cdot (\kappa\nabla T) + v \cdot \nabla T = 0, \tag{11}$$

где T — температура; t — время; κ — коэффициент температуропроводности.

Начальное распределение температуры:

$$T(t = 0, x) = T_0(x), \tag{12}$$

было принято следующим: внутри лопатки постоянная температура 400 °C, температура окружающей среды 0 °C. Граничные условия отвечали отсутствию теплового потока на внешнем контуре C:

$$\left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_{C, v\cdot n > 0} = 0,\ T\big|_{C, v\cdot n < 0} = 0. \tag{13}$$

Распределение скоростей потока в задаче (11) вычислялось при решении задачи (10), при этом скорость на контуре C принята равной $v = 10[l/c]$ (размерность длины в единицах длины хорды). Коэффициенты теплопроводности лопатки и газа приняты равными 0,1 и 0,01 $[l^2/c]$ соответственно.

Программный код для решения задач (10), (11) был написан на входном языке универсального конечно-элементного пакета FreeFem++ [20].

На рис. 2 приведены рассчитанные в результате решения задач (11), (12) распределения давления и температуры при остывании лопатки в течение 25 с. в аэродинамическом потоке для трех изученных профилей лопаток, представленных на рис. 1. В таблице 2 приведены вычисленные по ним значения минимальных относительных давлений вблизи поверхностей лопаток и максимальные температуры лопаток.

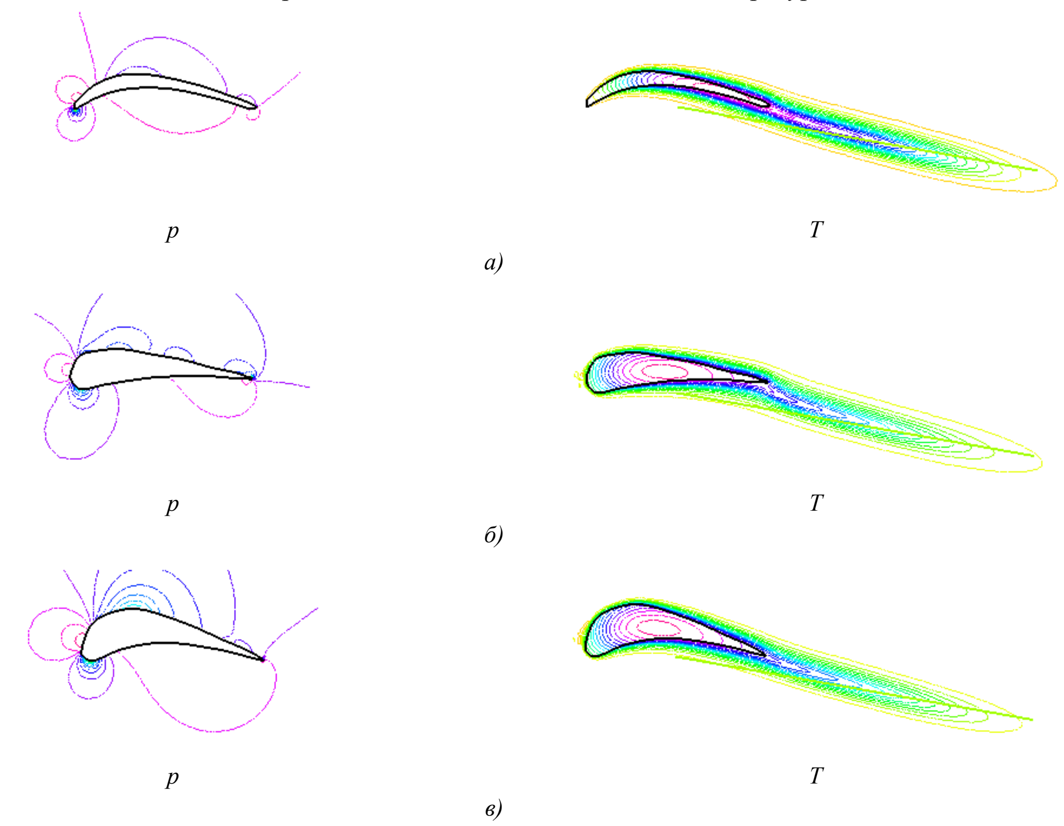


Рис. 2. Рассчитанные распределения давления (p, слева) и температуры (T, справа) при моделировании обтекания и остывания в потоке лопаток исследованных профилей (обозначения профилей — как на рис. 1). Угол направления вектора потока с направлением хорды лопатки составлял 10°

Таблица 2

Минимальное относительное давление вблизи поверхности лопатки и максимальная температура лопатки после 25 с остывания в аэродинамическом потоке

Параметры	Профиль лопатки		
	[13]	[18]	[19]
p_{min}/p_{∞}	0,599	0,699	0,720
$T_{max}(t=25)$, °C	156,9	245,2	263,4

Обсуждение и заключение. Судя по данным, представленных в таблице 1, коэффициенты детерминации R^2 для всех изученных профилей лопаток близки к единице несмотря на то, что формы профилей существенно различались. Это подтверждает хорошее качество аппроксимации и иллюстрируется также данными на рис. 1. Таким образом, предложенный метод позволяет с высокой точностью построить аппроксимирующие линии профилей лопаток для различных типов ГТД.

В работе также проиллюстрирована возможность использования аппроксимирующих функций при расчете распределения давлений и температур на поверхности лопатки на основании решения задачи газовой динамики. Далее данное распределение может быть использовано при оптимизации структуры специальных покрытий лопатки, например теплозащитных покрытий. Данные, представленные на рис. 2 и в таблице 2, подтверждают, что данная задача также может быть успешно решена. Характеры распределений давлений и температур для разных профилей лопаток имеют общие черты, но детальная картина различается. Видно в частности, что лопатка профиля [19], имеющая большую, по сравнению с остальными, площадь сечения, характеризуется большим значением относительного давления в зоне выходной кромки и меньшей скоростью остывания. Это иллюстрируется также данными, приведенными в таблице 2. Поскольку с точки зрения прочности адгезионной

связи покрытия с подложкой наиболее опасными являются усилия, направленные нормально от поверхности лопатки, то актуальным является относительное минимальное давление вблизи поверхности, значения которого представлены в таблице 2. На основании полученного расчета можно обоснованно подойти к проектированию специального покрытия поверхности лопатки конкретного профиля: регулировать материалы и толщину покрытия в зависимости от степени нагруженности отдельных зон поверхности.

Заметим, что данные результаты расчетов представлены лишь в качестве иллюстрации возможностей предложенной методики аппроксимации профилей. Поэтому использованная в работе модель газовой динамики была достаточно упрощенной. В конкретной задаче необходимо использовать более строгую модель с параметрами, отвечающими заданному типу и режиму работы ГТД.

Таким образом, предлагаемая методика аппроксимации профиля лопатки ГТД, основанная на использовании ортогональных многочленов, является удобным инструментом, позволяющим автоматизировать создание геометрической модели лопатки и проводить сравнение различных типов и профилей лопаток, решая соответствующие задачи газовой динамики. При этом для заданного профиля лопаток и условий работы ГТД можно получить распределение температур и усилий, действующих на поверхности лопатки, что необходимо для прогнозирования долговечности специальных покрытий [21]. На основе данного расчета можно оптимизировать технологию нанесения покрытия, варьируя его толщину и/или состав, увеличивая коэффициент запаса долговечности в наиболее опасных областях.

Список литературы / References

1. Крымов В.В., Елисеев Ю.С., Зудин К.И. *Производство лопаток газотурбинных двигателей*. Москва: Машиностроение; 2002. 376 с.

Krymov VV, Eliseev YuS, Zudin KI. *Production of Gas Turbine Engine Blades*. Moscow: Mashinostroenie; 2002. 376 p. (In Russ.).

2. Панков В.П., Бабаян А.Л., Куликов М.В., Коссой В.А., Варламов Б.С. Теплозащитные покрытия лопаток турбин авиационных газотурбинных двигателей. *Ползуновский вестник*. 2021;1:161–172.

Pankov VP, Babayan AL, Kulikov MV, Kossoy VA, Varlamov BS. Heat-Protective Coatings for Turbine Blades of Aircraft Gas Turbine Engines. *Polzunovskiy Vestnik*. 2021;1:161–172.

3. Nirmith Kumar Mishra, Shyam Raja Puppala, Laxmi Teja Kolanu, Jyoshnavi Amudapuram, Ratan Makthal. Design and Analysis of a Gas Turbine Blade. *AIP Conference. Proceedings*. 2023;2492(1):020040. https://doi.org/10.1063/5.0113346

4. Cohen H, Rogers GFC, Straznicky P, Saravanamuttoo HIH, Nix A. *Gas Turbine Theory,* 7th Ed. London: Pearson; 2017. 606 p.

5. Jabbar A, Rai AK, Reddy PR, Dakhil MH. Design and Analysis of Gas Turbine Rotor Blade Using Finite Element Method. *International Journal of Mechanical and Production Engineering Research and Development*. 2014;4(1): 91–112.

6. Win Lai Htwe, Htay Htay Win, Nyein Aye San. Design and Thermal Analysis of Gas Turbine Blade. *International Journal of Mechanical and Production Engineering*. 2015;3(7):62–66. URL: https://www.iraj.in/journal/journal_file/journal_pdf/2-165-143653913462-66.pdf (accessed: 14.12.2023).

7. Leloudas SN, Eskantar AI, Lygidakis GN, Nikolos LK. Low Reynolds Airfoil Family for Small Horizontal Axis Wind Turbines Based on RG15 Airfoil. *SN Applied Sciences*. 2020;2:371. https://doi.org/10.1007/s42452-020-2161-1

8. Eftekhari S, Al-Obaidi ASM. Investigation of a NACA0012 Finite Wing Aerodynamics at Low Reynold's Numbers and 0° to 90° Angle of Attack. *Journal of Aerospace Technology and Management*. 2019;11(1):e1519. URL: https://www.scielo.br/j/jatm/a/JdnMCtH6R3PhTBZ69YNqNfd/?format=pdf&lang=en (accessed: 14.12.2023).

9. Pritchard LJ. An Eleven Parameter Axial Turbine Airfoil Geometry Model. In: *Proc. ASME International Gas Turbine Conference and Exhibition. Vol. 1: Aircraft Engine; Marine; Turbomachinery; Microturbines and Small Turbomachinery*. New York: ASME; 1985. https://doi.org/10.1115/85-GT-219

10. Mengistu T, Ghaly W, Mansour T. Aerodynamic Shape Optimization of Turbine Blades Using a Design-Parameter-Based Shape Representation. In: *Proc. ASME Turbo Expo 2007: Power for Land, Sea, and Air*. *Vol. 6: Turbo Expo 2007, Parts A and B*. New York: ASME; 2007. https://doi.org/10.1115/GT2007-28041

11. Виноградов Л.В., Алексеев А.П. Костюков А.В. Профиль лопатки турбины из кривых Bezier. *Вестник РУДН. Серия: Инженерные исследования*. 2013;3:10–15.

Vinogradov LV, Alekseev AP, Kostjukov AV. Turbine Blade Profile of Curves *Bezier*. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2013;(3):10–15.

12. Виноградов Л.В., Мамаев В.К., Ощепков П.П. Турбинный профиль A3K7-NACA: автоматизация проектирования. *Вестник РУДН. Серия: Инженерные исследования*. 2017;18(3):299–307.

Vinogradov LV, Mamaev VK, Oschepkov PP. CAD of Turbine Profile Type A3K7 NACA by the Method of Nonlinear Transformation. *RUDN Journal of Engineering Research.* 2017;18(3):299–307.

13. Мамаев В.К., Виноградов Л.В., Ощепков П.П. Моделирование решетки профилей транспортного газотурбинного двигателя. *Вестник РУДН. Серия: Инженерные исследования*. 2019;20(2):140–146. https://doi.org/10.22363/2312-8143-2019-20-2-140-146

Mamaev VK, Vinogradov LV, Oschepkov PP. Modeling the Set of Blade Profiles of a Gas Turbine Engine. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2019;20(2):140–146. https://doi.org/10.22363/2312-8143-2019-20-2-140-146

14. Шаблий Л.С., Колмакова Д.А., Кривцов А.В. Параметрическое моделирование лопаточных машин при оптимизации. *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. 2013;15(6–4):1013–1018.

Shabliy L, Kolmakova D, Krivtsov A. Parametric Modeling of Blade Machines during Optimization. *Izvestia RAS SamSC*. 2013;15(6–4):1013–1018.

15. Блинов В.Л., Бродов Ю.М., Седунин В.А. Комаров О.В. Параметрическое профилирование плоских компрессорных решеток при решении задач многокритериальной оптимизации. *Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики*. 2015;(3–4):86–95.

Blinov VL, Brodov YuM, Sedunin VA, Komarov OV. Parametric Profiling of 2D Compressor Rows for Multicriteria Optimization Task. *Power Engineering: Research, Equipment, Technology*. 2015;(3–4):86–95.

16. Schnoes M, Nicke E. Exploring a Database of Optimal Airfoils for Axial Compressor Design. *ISABE*. 2017;21493:1–17.

17. Beals R, Wong R. *Special Functions and Orthogonal Polynomials*. Cambridge: Cambridge University Press; 2016. 473p. https://doi.org/10.1017/CBO9781316227381

18. Timko LP. *Energy Efficient Engine High Pressure Turbine Component Test Performance Report*. Washington, DC: NASA; 1984. 173 p.

19. Тихомирова Е.А., Будиновский С.А., Живушкин А.А., Сидохин Е.Ф. Особенности развития термической усталости в деталях из жаропрочных сплавов с покрытием. *Авиационные материалы и технологии*. 2017;48(3):20–25.

Tikhomirova EA, Budinovskiy SA, Zhivushkin AA, Sidokhin EF. Features of Thermal Fatigue Development in Detail, Produced from Heat-Resistant Alloys with Coatings. *Aviation Materials and Technologies*. 2017;48(3):20–25.

20. Hecht F. *FreeFEM Documentation. Release 4.6*. Paris: Sorbonne University; 2021. 673 p.

21. Соловьев М.Е., Раухваргер А.Б., Балдаев С.Л., Балдаев Л.Х. Кинетическая модель разрушения адгезионного соединения порошкового покрытия и металлического субстрата. *Наукоёмкие технологии в машиностроении*. 2023;139(1):9–19. https://doi.org/10.30987/2223-4608-2023-1-9-19

Soloviev ME, Raukhvarger AB, Baldaev SL, Baldaev LKh. Kinetic Model of Destruction of Adhesive Bounding of Power Coating and Metal Host Material. *Science Intensive Technologies in Mechanical Engineering*. 2023;139(1):9–19. https://doi.org/10.30987/2223-4608-2023-1-9-19

Об авторах:

Михаил Евгеньевич Соловьев, доктор физико-математических наук, профессор кафедры информационных систем и технологий Ярославского государственного технического университета (150023, РФ, г. Ярославль, Московский пр-т, 88), SPIN-код: 7444-3564, ORCID, ResearcherID, ScopusID, me_s@mail.ru

Юлия Николаевна Шулева, ассистент кафедры информационных систем и технологий Ярославского государственного технического университета (150023, РФ, г. Ярославль, Московский пр-т, 88), ORCID, ResearcherID, yuliya5153063506@mail.ru

Сергей Львович Балдаев, заместитель генерального директора по технологиям ООО «Технологические системы защитных покрытий» (108851, РФ, г. Москва, г. Щербинка, ул. Южная, 9а), SPIN-код: 6954-6407, ORCID, ResearcherID, s.baldaev@tspc.ru

Лев Христофорович Балдаев, генеральный директор ООО «Технологические системы защитных покрытий» (108851, РФ, г. Москва, г. Щербинка, ул. Южная, 9а), SPIN-код: 8991-5015, ORCID, l.baldaev@tspc.ru

Заявленный вклад авторов:

М.Е. Соловьев — формулировка концепции и теоретической части исследования.

Ю.Н. Шулева — обработка данных, проведение расчетов, редактирование статьи.

С.Л. Балдаев — анализ литературы, обсуждение результатов, редактирование статьи.

Л.Х. Балдаев — постановка задачи, анализ результатов исследований, корректировка выводов.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Поступила в редакцию 25.01.2024
Поступила после рецензирования 14.02.2024
Принята к публикации 22.02.2024

About the Authors:

Mikhail E. Soloviev, Dr.Sci. (Phys.-Math.), Professor of the Department of Information Systems and Technologies, Yaroslavl State Technical University (88, Moskovsky Ave., Yaroslavl, 150023, RF), SPIN-code: 7444-3564, ORCID, ResearcherID, ScopusID, me_s@mail.ru

Yulia N. Shuleva, Teaching Assistant of the Department of Information Systems and Technologies, Yaroslavl State Technical University (88, Moskovsky Ave., Yaroslavl, 150023, RF), ORCID, ResearcherID, yuliya5153063506@mail.ru

Sergey L. Baldaev, Cand.Sci. (Eng.), Deputy General Director for Technology, "Technological Systems for Protective Coatings" LLC (9A, Yuzhnaya St., Scherbinka, Moscow, RF) SPIN-code: 6954-6407, ORCID, ResearcherID, s.baldaev@tspc.ru

Lev Kh. Baldaev, Dr.Sci. (Eng.), General Director, "Technological Systems for Protective Coatings" LLC (9A, Yuzhnaya St., Scherbinka, Moscow, RF), SPIN-code: 8991-5015, ORCID, l.baldaev@tspc.ru

Claimed contributorship:
ME Soloviev: formulation of the concept and theoretical part of the study.
YuN Shuleva: data processing, calculations, revision of the article.
SL Baldaev: literature analysis, discussion of the results, revision of the article.
LKh Baldaev: research objective, analysis of the research results, correction of the conclusions.

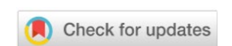
Conflict of interest statement: the authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final version of manuscript.

Received 25.01.2024
Revised 14.02.2024
Accepted 22.02.2024

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT





УДК 621.311
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-88-97

Научная статья



EDN: RZSDQA

Проектирование контрольно-измерительных компонент распределительных энергетических систем

Ю.А. Клименко ✉, **Я.Е. Львович**, **А.П. Преображенский**
Воронежский институт высоких технологий, г. Воронеж, Российская Федерация
✉ klm71165@mail.ru

Аннотация
Введение. В последние годы развитие высоковольтных энергетических систем получило новый импульс в связи с необходимостью инфраструктурного обеспечения территорий опережающего развития. Нужны универсальные модели и алгоритмы для реализации процессов в энергетических компонентах и выявления их оптимальных параметров. Однако такие решения отсутствуют. Соответственно, нет готовых подсистем с алгоритмами управления и оптимизации, адекватными рассматриваемым задачам. Цель представленного исследования — разработка подсистемы оптимизации при проектировании контрольно-измерительных компонент распределительных энергетических систем.
Материалы и методы. Используются методы построения автоматизированных систем проектирования, оптимизации, системного анализа, математического моделирования и адаптивного управления. При выборе методов исходили из того, что компоненты распределительных электрических систем состоят из конечного числа элементов. Синтез энергетической системы включает десятки или сотни последовательных операций. Это учтено в разработанных моделях и алгоритмах.
Результаты исследования. Показаны возможности управления и контроля технологических процессов (ТП) производства компонент низковольтных распределительных энергетических систем в плане проверки работоспособности и корректности функционирования технологического оборудования. Создана модульная структура, позволяющая интегрировать выходные файлы САПР в процессы производства. Разработана функциональная схема подсистемы управления и контроля технологических процессов производства компонент распределительных энергетических систем. Предложенная принципиальная схема контроля производства показывает, каким образом в контроле операций задействованы подсистема сбора данных, система управления и управляющие механизмы. Созданная в рамках данной работы многоуровневая модель модуля оптимизации последовательно оптимизирует интенсивность обслуживания i-го блока, коэффициенты разделения входного потока и приоритеты исходных потоков данных, образующих входной поток i-го блока.
Обсуждение и заключение. Комплексное применение методов моделирования, системного анализа, оптимизации обеспечивает контроль точности формируемых энергетических компонент. Алгоритм управления электрическими нагрузками открывает возможности для создания математической модели системы энергоснабжения, которая объединяет управление, контроль, мониторинг, что в конечном счете ведет к улучшению качества электроэнергии. Решение может быть востребовано при развитии энергетических систем территорий опережающего развития.

Ключевые слова: улучшение качества электроэнергии, распределительная энергетическая система, поток данных в модуле оптимизации, многоуровневая оптимизационная модель

Благодарности. Авторы благодарны Воронежскому институту высоких технологий за помощь при подготовке статьи.

Для цитирования. Клименко Ю.А., Львович Я.Е., Преображенский А.П. Проектирование контрольно-измерительных компонент распределительных энергетических систем. *Advanced Engineering Research* (*Rostov-on-Don*). 2024;24(1):88–97. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-88-97

Research article

Design of Instrumentation and Control Components of Power Distribution Systems

Yuri A. Klimenko, **Yakov E. Lvovich**, **Andrey P. Preobrazhensky**
Voronezh Institute of High Technologies, Voronezh, Russian Federation
✉ klm71165@mail.ru

Abstract
Introduction. In recent years, the development of high-voltage power systems has received a boost due to the need for infrastructural support for priority development areas. Universal models and algorithms are required to implement processes in power components and identify their optimal parameters. However, there are no such solutions. Accordingly, there are no ready-made subsystems with control and optimization algorithms adequate to the tasks under consideration. The objective of the presented research is to develop an optimization subsystem for the design of control and measurement components of power distribution systems.
Materials and Methods. Methods for constructing automated design systems, optimization, system analysis, mathematical modeling, and adaptive control were used. When selecting methods, we proceeded from the fact that the components of power distribution systems consisted of a finite number of elements. The synthesis of a power system includes tens or hundreds of sequential operations. This was taken into account in the developed models and algorithms.
Results. The possibilities of managing and monitoring manufacturing processes (MP) for the production of components of low-voltage power distribution systems were shown in terms of checking the operability and correct functioning of processing equipment. A modular structure was created to allow the integration of CAD output files into the manufacturing processes of energy distribution system components. A functional diagram of a subsystem for control and monitoring of the manufacturing processes of the production of components of power distribution systems was developed. The proposed schematic diagram of production control showed how the data collection subsystem, management system, and operating mechanisms were involved in the control of operations. The multi-level optimization module model created within the framework of this research sequentially optimized the service intensity of the i-th block, the input flow separation coefficients, and the priorities of the original data flows that form the input flow of the i-th block.
Discussion and Conclusion. The combined application of modeling, system analysis, and optimization methods maintains control of the accuracy of the generated power components. The algorithm for controlling electrical loads opens up opportunities for creating a mathematical model of a power supply system that combines management, control, and monitoring, which ultimately leads to an improvement in the quality of electric power. The solution can be in demand in the development of power systems of priority development areas.

Keywords: improvement of electric power quality, power distribution system, data flow in the optimization module, multi-level optimization model

Acknowledgments. The authors would like to thank colleagues of Voronezh Institute of High Technologies for their help in preparing the manuscript of this article.

For citation. Klimenko YuA, Lvovich YaE, Preobrazhensky AP. Design of Instrumentation and Control Components of Power Distribution Systems. *Advanced Engineering Research* (*Rostov-on-Don*). 2024;24(1):88–97. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-88-97

Введение. Создание и развитие распределительных энергетических систем с требуемыми параметрами представляет собой важную научно-техническую задачу. В сфере высоковольтной энергетики ведутся активные теоретические и прикладные разработки. В последнее время в России формируются и развиваются территории опережающего развития. Это производственные кластеры, которые необходимо обеспечивать качественной инфраструктурой, в том числе энергетической. В большинстве случаев речь идет о небольших населенных пунктах, изначально отстающих в экономическом, социальном и инфраструктурном плане. Решению энергетических проблем в таких условиях должно способствовать использование универсальных моделей и алгоритмов, которые позволят, в частности, выявлять оптимальные параметры компонент энергетических процессов. Такие решения не представлены в литературе. Соответственно, нет и разработанных на их базе подсистем управления и оптимизации.

Следует отметить высокую стоимость современного энергетического оборудования. Его эффективность предполагает, что настройка обеспечивает оптимальные параметры работы компонент. При проектировании контрольно-измерительных компонент распределительных энергетических систем важно указать точки контроля и допуска относительно параметров качества соответствующих технологических операций [1]. При производстве следует определить технологические маршруты.

Рассмотрим подробнее последнюю ситуацию, то есть производство. Большое количество технологических операций может создавать сложности, связанные с контролем и управлением [2]. Поэтому при выпуске компонент энергетического оборудования важно указывать требования к подсистеме управления и оптимизации технологических процессов (ТП) производства. Такая подсистема задействуется при изготовлении опытных образцов. Еще один рекомендуемый подход — экспертиза энергетических модулей. Она позволяет определить адекватные выходные параметры. Важно также учитывать влияние внешних воздействий [3].

Для выбора алгоритмов следует опираться на методы математической статистики. Это позволяет контролировать и оптимизировать параметры качества процессов и задействовать соответствующие процедуры управления [4]. Следует отметить универсальность как преимущество алгоритмов. Благодаря ей в рамках системного подхода можно планировать и реализовать исследования в данном направлении [5]. Известно, что старт производства нового энергетического оборудования не всегда обеспечен требуемыми статистическими данными. В этом случае есть смысл применить адаптивные методы управления. Процедуры самооптимизации удобно использовать при изменении в требованиях к ТП, а также при варьировании внешних условий [6]. Цель представленной работы — создание подсистемы оптимизации при проектировании контрольно-измерительных компонент распределительных энергетических систем.

Материалы и методы. Используются методы создания автоматизированных систем проектирования, оптимизации, системного анализа, математического моделирования и адаптивного управления. При выборе методов учитывали, что компоненты распределительных электрических систем состоят из конечного числа элементов. Более развернуто задачу можно представить следующим образом. Планируется производство элементов оборудования для распределительных энергетических систем. Необходимо создать подсистему, которая будет управлять и оптимизировать производственные ТП. Анализ позволяет выбрать и задействовать метод адаптивного управления такой подсистемы [7].

Синтез всей энергетической системы включает десятки или сотни последовательных операций, и это учитывают при моделировании и алгоритмизации.

При производстве компонент энергетических комплексов предлагается применять имитационное моделирование на базе модуля оптимизации ТП [8]. При этом качество компонент рассматривается во взаимосвязи с параметрами создаваемой распределительной энергосистемы. Можно учесть и неконтролируемые параметры ТП.

На рис. 1 в виде модулей показана интеграция выходных файлов системы автоматизированного проектирования (САПР) в процессы производства компонент распределительных энергетических систем.

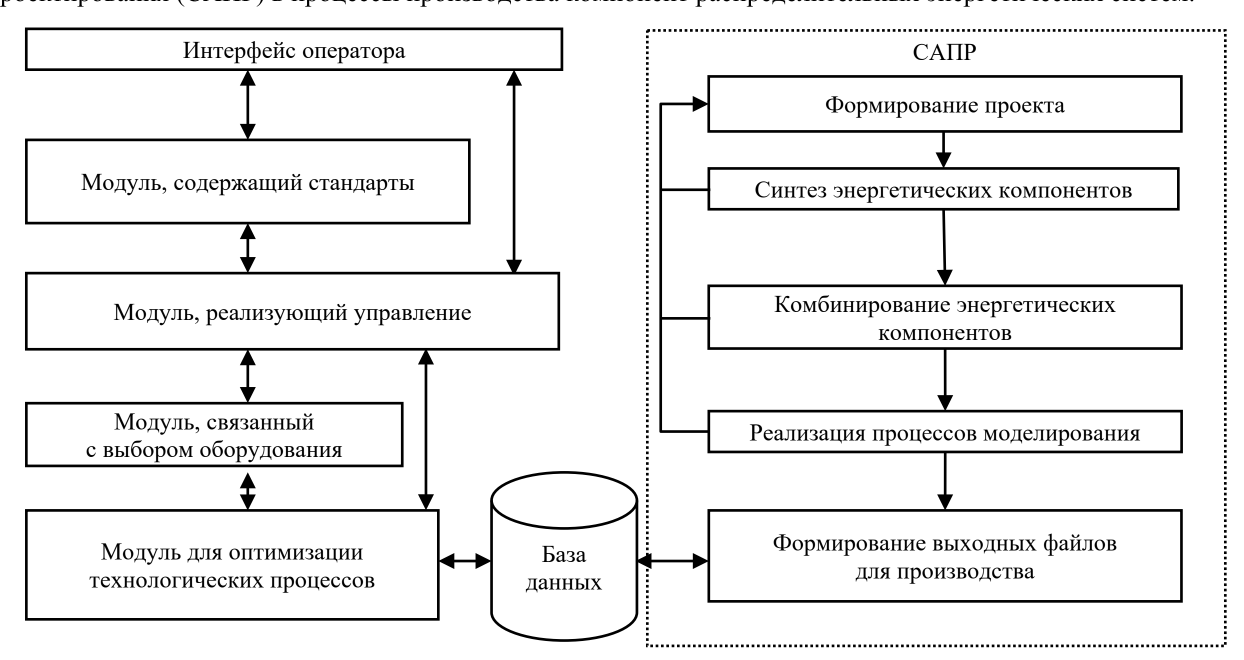


Рис. 1. Модульная структура интеграции выходных файлов САПР с процессами производства компонент распределительных энергетических систем

Модуль управления позволяет направить данные процессов в автоматизированную систему управления (АСУ) [9]. В ходе ТП операторы получают данные о надежности создаваемых энергетических компонент. При этом учитываются результаты физико-технической экспертизы и используется модуль оптимизации. Отслеживается влияние различных факторов на работоспособность энергетического оборудования. Анализируются данные о ранее произведенных компонентах. В дальнейших разработках предлагаемый модуль позволит сохранять и учитывать несколько типов настроек оборудования. Их можно будет использовать на производстве для определения диапазонов допусков по каждой технологической операции [10].

В АСУ ТП должны входить четыре модуля.

1. Подсистема поддержки межоперационного контроля.
2. Модуль управления транспортными операциями.
3. Подсистема управления режимами ТП.
4. Подсистема управления технологическими операциями.

Такая АСУ позволяет транслировать информацию конструкторов на производство. На практике используются различные системы по управлению качеством создаваемых компонент распределительных энергетических систем, в том числе с подсистемами контроля производства [11].

В данной работе предлагается автоматизированная подсистема управления и оптимизации контрольно-измерительных компонент энергетических комплексов. Она обеспечивает разные типы воздействий на ТП для любого этапа производства. Полученные ранее данные позволяют подсистеме уменьшить число бракованных элементов, то есть повысить качество продукции.

Рис. 2 иллюстрирует структуру этой подсистемы. Ее сформировали на основе требований к эффективности производственных процессов. К тому же учтены разные типы формируемых компонент. Для анализа можно использовать ранее применявшиеся значения параметров ТП. У оператора есть возможность их менять.

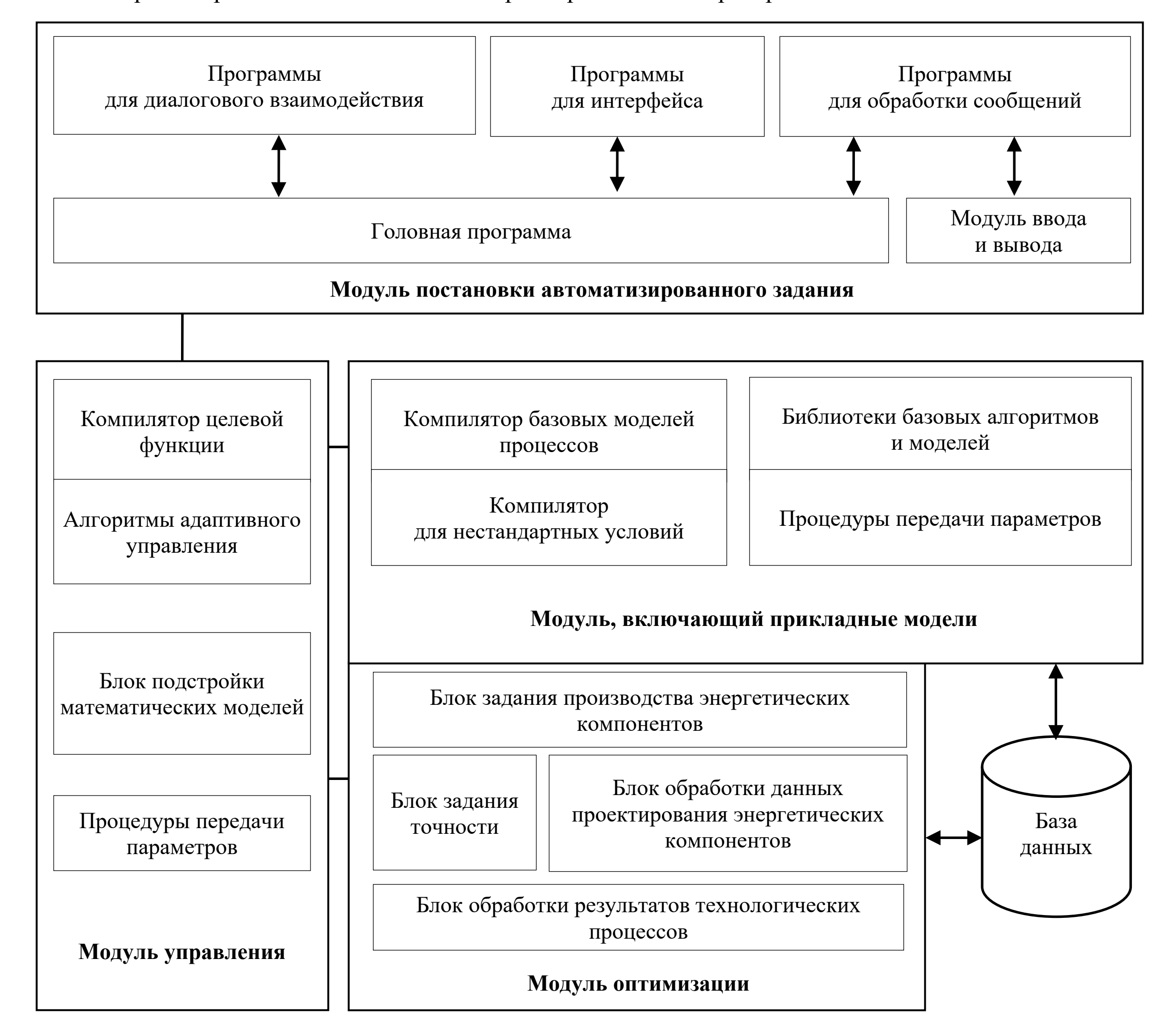


Рис. 2. Функциональная схема подсистемы управления и контроля ТП производства компонент распределительных энергетических систем

Головная программа рассматривается как основа модуля автоматизированного задания, база для процессов настройки и передачи параметров ТП производства. Проводится анализ, чтобы выявить необходимость корректировки настроек оборудования. Особую роль играют программы для обработки сообщений и поддержки диалогового взаимодействия. Они дают возможность корректировать ТП в ручном режиме. У оператора есть возможность выгружать текущие настройки из базы данных. Они задаются вручную или с помощью модуля ввода и вывода.

В модуле оптимизации формируется список операций верхнего уровня управления для конкретного ТП. Затем операции анализируются, задаются точность оптимизации и параметры производства. В соответствии с полученной информацией прикладные модели передаются модулю. При этом применяются аналитические, статистические модели базовых операций ТП. Для каждой такой операции в соответствующей части системы определяются входные и выходные параметры.

Модуль управления формирует и уточняет математическую модель процессов производства [12]. Затем он используется для определения допуска по параметрам качества в рамках отдельных технологических операций. Модель формируется в модуле прикладных моделей. Модуль автоматизированного задания предназначен для процедур максимизации целевой функции.

В базу данных записываются полученные настройки по оборудованию, управлению и параметрам процессов. Затем, при производстве энергетических компонент процесс анализируется и корректируются текущие настройки элементов оборудования.

Изучение управления и контроля ТП необходимо для проверки работоспособности технологического оборудования, корректности его работы и организации производства.

Результаты исследования. Контрольно-измерительные компоненты распределительных энергетических систем состоят из конечного числа элементов. Производство компонент включает десятки или сотни последовательных операций и опирается на решение задачи по формированию компонент с максимальной точностью. При этом для любого шага нужно учесть неконтролируемые параметры. С этой целью задействуют корреляционный анализ, адаптивное управление и оптимизацию.

Частные модели объединяются в общую модель создания электрических компонент, которую можно корректировать (например, с учетом опытной отработки оборудования или требований по конкретным компонентам). Некоторые алгоритмы создаются по результатам управления формированием компонент и в итоге позволяют улучшать качество при изменениях режимов работы. Главными показателями эффективности и стабильности производства можно считать значения показателя выхода пригодных энергетических компонент.

Назовем три основные особенности управления процессами формирования компонент.

1. По входным и выходным компонентам для разных партий важно поддерживать технические характеристики на требуемых уровнях.
2. Алгоритмы влияют на остановку каждой технологической операции.
3. Постоянный износ оборудования требует регулярной корректировки параметров процессов.

Опишем модель, базирующуюся на ТП создания энергетических компонент [13].

Предположим, что рассматривается (i–1)-я операция ТП:

$$u_i = F\left(u_{i-1}, v_i\right). \quad (1)$$

Здесь u_i — параметр качества энергетических компонент текущей операции; v_i — вариант производства.

Важно учитывать, что на практике имеют значение не параметры качества энергетических компонент, а зависящие от них конструктивные параметры (например, быстродействие). Тогда:

$$g_i = F^*\left(u_{i-1}, k_i\right). \quad (2)$$

Здесь g_i — контролируемые параметры текущей операции; k_i — конструктивные параметры.

Изготовление энергетических компонент описывается как траектория со сменой состояния. По конечному состоянию проводится подстройка ТП. В рамках управления траекторией решаются соответствующие задачи. Из множества решений выбирается оптимальное [14]. При этом учитываются заданные характеристики формируемых энергетических компонент. В данном случае управляющие воздействия должны обеспечить наилучшее совпадение требуемых и выходных характеристик формируемых компонент K_i^n. Здесь n — число операций ТП.

Базовая технология производства определяет исходные данные, последовательность технологических операций и устанавливает ограничения по управляющим переменным.

При выборе числа операций ТП (n – 1) целевая функция будет иметь вид:

$$F_ц = G\left(K_1 \ldots K_n, c_1 \ldots c_n\right). \quad (3)$$

Здесь $c_1 \ldots c_n$ — выбираемые управляющие переменные процесса.

Введем параметр φ_i, который характеризует соответствующие цели, связанные с *i*-й операцией. При $(n-1)$ операций в ТП справедливо выражение:

$$f_{n-1}(K_n) = min(\varphi_{n-1}[K_n, c_{n-1}] + f_{n-2}(K_{n-1})) = \min_{c_{n-1}} C_{n-1}(K_n, c_{n-1}). \quad (4)$$

Если в ТП одна операция, то:

$$f_1(K_2) = \min_{c_1}(K_2, l_1). \quad (5)$$

Важно, что

$$f_0(K_1) = 0. \quad (6)$$

При таких условиях для ТП целевая функция определяется следующим образом:

$$C_1(K_2, c_1) = \varphi(K_2, c_1). \quad (7)$$

Принципиальная схема на рис. 3 показывает, как формируются энергетические компоненты. Подсистема сбора данных ТП (системой датчиков и контрольно-измерительными приборами) передает в систему управления значения входных и выходных параметров для каждой технологической операции *n*. Это происходит до и после каждой операции *n* ($n = 0, 1, 2, \ldots, m$). Значения фиксируются в подсистеме сбора данных.

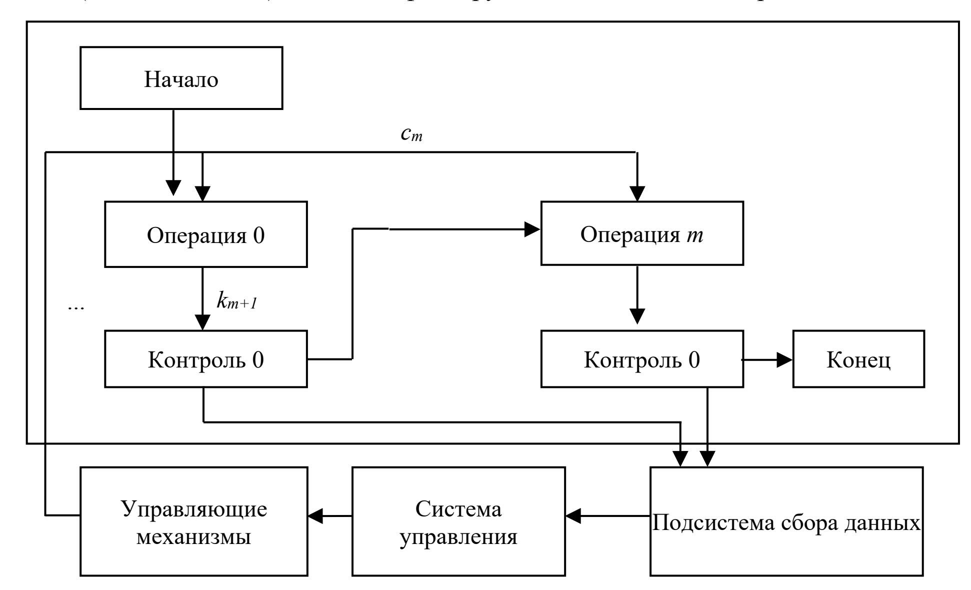


Рис. 3. Принципиальная схема контроля производства энергетических компонент

Всего рассматривается *m* операций. Работа оканчивается после выполнения $m + 1$ операции.

Использование модели оптимизации дает возможность формировать технологии преобразования входного потока данных ($X_{\text{ВХ}}$). Основные каналы обработки входных данных:

- технологический отдел (ТО);
- производственный отдел (ПРО), $n = 1$;
- *N* структурных подразделений (СП^n).

На рис. 4. приводится структурная схема преобразования входного потока данных.

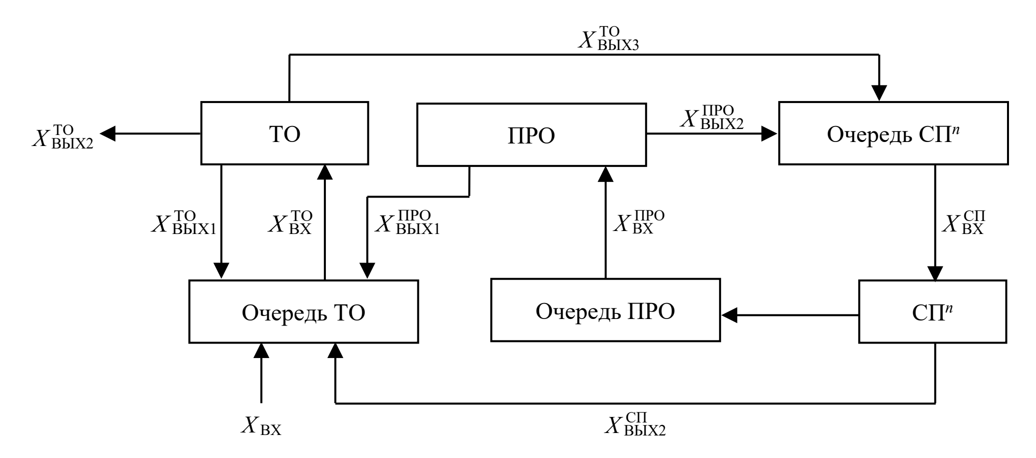


Рис. 4. Структурная схема распределения потока данных в модуле оптимизации

Здесь $X_{\text{ВХ}}$ — входной поток данных для обработки в ТО; $X^{\text{ТО}}_{\text{ВЫХ1}}, X^{\text{ТО}}_{\text{ВЫХ2}}, X^{\text{ТО}}_{\text{ВЫХ3}}$ — потоки данных на выходе из ТО; $X^{\text{ПРО}}_{\text{ВЫХ}}$ — входной поток данных для обработки в ПРО; $X^{\text{ПРО}}_{\text{ВЫХ1}}, X^{\text{ПРО}}_{\text{ВЫХ2}}$ — поток данных на выходе из ПРО; $X^{\text{СП}}_{\text{ВХ}}$ — входной поток данных для обработки в n-м (n = 1, N) СП^n; $X^{\text{СП}}_{\text{ВЫХ1}}, X^{\text{СП}}_{\text{ВЫХ2}}$ — потоки данных на выходе из СП^n. При этом поток на выходе модуля оптимизации $X_{\text{ВЫХ}} = X^{\text{ТО}}_{\text{ВЫХ2}}$.

Эффективность схемы определяется тремя факторами.

1. По всем типам входных потоков данных для любого блока в системе рассматриваются интенсивность и механизмы обслуживания.

2. Входной поток по каждому блоку разделяется на несколько выходных потоков данных.

3. В зависимости от уровня и приоритета имеет значение соблюдение очереди данных в каждом блоке.

Можно анализировать указанные процессы с помощью многоуровневой оптимизационной модели (рис. 5).



Рис. 5. Многоуровневая оптимизационная модель модуля оптимизации

Здесь $\lambda_{\text{ВХ}i}$, $i = \overline{1, I}$ — интенсивность по входному потоку данных, связанная с $X_{\text{ВХ}i}$ i-м блоком; $i = \overline{1, I}$ — номера блоков для энергетических компонент; R_{ij} — гарантированный уровень по j-му ($j = \overline{1, J}$) ресурсу в i-м блоке; $j = \overline{1, J}$ — номера, относящиеся к ресурсному обеспечению; μ_i, $i = \overline{1, I}$ — интенсивность обслуживания данных, связанная с i-м блоком; μ^*_i — оптимальное значение интенсивности; υ_{li} — коэффициент разделения данных i-го потока к 1-му выходному; $l = \overline{1, L}$ — обозначение номеров в выходных потоках; υ^*_{li} — оптимальное значение в коэффициенте разделения; $k = \overline{1, K}$ — значения номеров исходных потоков данных для входного потока в i-м блоке; $k^* = \overline{1, K^*}$ — номера исходных потоков, которые будут показывать оптимальные приоритеты; $t_{ki,ki1}$ — время прерывания обслуживания данных k_i данными k_{i1} при смешанных приоритетах; $t^*_{ki,ki1}$ — оптимальное время прерывания обслуживания данных k_i данными k_{i1}.

Устанавливается оптимальный характер приоритетов для нижнего уровня. Задача оптимальности решается по принципу Беллмана, то есть принцип оптимальности доказывается от противного. Принимается, что часть процесса не оптимальна по критерию качества. Сравниваются критерии исходного и оптимального процесса. На основании этого сопоставления делается вывод о доказательстве принципа оптимальности [15]. Выбор выполняется в ходе обработки разных типов данных по оптимальным, абсолютным и смешанным приоритетам. Планировщик заданий может использовать различные алгоритмы для принятия решений о порядке выполнения задач. В одних случаях бывают полезны оптимальные приоритеты, в других — абсолютные. Задания с более высоким приоритетом выполняются раньше, и, соответственно, отклик на них быстрее. При сочетании (смешении) приоритетов для отдельных заявок возможно бесприоритетное обслуживание.

Оптимальный механизм разделения на несколько выходных потоков на среднем уровне выбирается по входному потоку данных для каждого блока.

На верхнем уровне выбираются:

- сбалансированный по интенсивности входной поток;
- ресурсное обеспечение модуля оптимизации интенсивности обслуживания по каждому блоку.

При этом может быть использован градиентный подход.

Для энергетических компонент используется трехуровневая параметрическая оптимизация при выборе ресурсов и формировании схем движения данных по каждому блоку.

Обсуждение и заключение. Создана подсистема управления и контроля ТП производства контрольно-измерительных компонент распределительных энергетических систем. Она обеспечивает сбор данных и анализ дефектов в зависимости от настроек оборудования. Кроме того, решение позволяет получить требования к настройкам оборудования для достижения заданного уровня качества компонент.

Оптимизация проектирования необходима, например, при моделировании управления электрическими нагрузками для улучшения параметров качества электрической энергии в распределительных электрических сетях 0,4 кВ. Алгоритм процесса управления электрическими нагрузками исследовался в адаптивной системе контроля и управления качеством электроэнергии [15]. Его работоспособность подтвердилась, следовательно, решение можно применять при разработках оборудования для распределительных сетей 0,4 кВ. Кроме того, данный алгоритм можно задействовать при создании математической модели системы энергоснабжения, которая представляет собой комплекс функций: мониторинг, управление, контроль. Применение методов моделирования, системного анализа и оптимизации обеспечивает контроль точности формируемых энергетических компонентов. Адекватная реализация такого подхода позволит улучшить качество электроэнергии.

Результаты представленных изысканий практически применимы, в частности, для решения задач, связанных с энергетическим обеспечением территорий опережающего развития.

Список литературы / References

1. Yizhou Zhou, Mohammad Shahidehpour, Zhinong Wei, Zhiyi Li, Guoqiang Sun, Sheng Chen. Distributionally Robust Unit Commitment in Coordinated Electricity and District Heating Networks. *IEEE Transactions on Power Systems*. 2020;35(3):2155–2166. https://doi.org/10.1109/TPWRS.2019.2950987

2. Hechuan Liu, Xiaoxin Zhou, Xiaoyu Yang, Yalou Li, Xiong Li. Influence Evaluation of Integrated Energy System on the Unit Commitment in Power System. *IEEE Access*. 2020;8:163344–163356. URL: https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=9181509 (accessed: 25.11.2023).

3. Rakipour D, Barati H. Probabilistic Optimization in Operation of Energy Hub with Participation of Renewable Energy Resources and Demand Response. *Energy*. 2019;173:384–399. https://doi.org/10.1016/j.energy.2019.02.021

4. Farahani SS, Bleeker C, Wijk A, Lukszo Z. Hydrogen-Based Integrated Energy and Mobility System for a Real-Life Office Environment. *Applied Energy*. 2020;264:114695. https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2020.114695

5. Sadeghi H, Rashidinejad M, Moeini-Aghtaie M, Abdollahi A. The Energy Hub: An Extensive Survey on the State-of-the-Art. *Applied Thermal Engineering*. 2019;161:114071. https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2019.114071

6. Junkai Liang, Wenyuan Tang. Interval Based Transmission Contingency-Constrained Unit Commitment for Integrated Energy Systems with High Renewable Penetration. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. 2020;119:105853. http://doi.org/10.1016/j.ijepes.2020.105853

7. Klimenko YuA, Preobrazhensky AP. Simulation of the Control Process Electric Loads in the Distribution Network of 0.4 kv. *Control Systems and Information Technologies.* 2021;86(4):95–100. https://doi.org/10.36622/VSTU.2021.86.4.020

8. Alqunun K, Guesmi T, Albaker AF, Alturki MT. Stochastic Unit Commitment Problem, Incorporating Wind Power and an Energy Storage System. *Sustainability*. 2020;2(23):10100. https://doi.org/10.3390/su122310100

9. Shuai Lu, Wei Gu, Ke Meng, Zhaoyang Dong. Economic Dispatch of Integrated Energy Systems with Robust Thermal Comfort Management. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*. 2021;12(1):222–233. https://doi.org/10.1109/TSTE.2020.2989793

10. Воропай Н.И., Стенников В.А., Барахтенко Е.А., Войтов О.Н. Методика управления спросом на электро- и теплоэнергию в интегрированной энергосистеме с активными потребителями. *Известия РАН. Энергетика*. 2020;4:11–23. https://doi.org/10.31857/S0002331020040081

Voropai NI, Stennikov VA, Barakhtenko EA, Voitov ON. Methodology of Demand Management of Electricity and Heat in an Integrated Energy System with Active Consumers. *Proceedings of the RAS. Power Engineering*. 2020;4:11–23. https://doi.org/10.31857/S0002331020040081

11. Антонов С.Н., Адошев А.И. Опыт проведения энергетических обследований государственных и муниципальных объектов. *Вестник АПК Ставрополья*. 2014;13(1):49–52. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/opyt-provedeniya-energeticheskih-obsledovaniy-gosudarstvennyh-i-munitsipalnyh-obektov/viewer (дата обращения: 25.11.2023).

Antonov SN, Adoshev AI. Experience of Conducting Energy Audits of State and Municipal Objects. *Agricultural Bulletin of Stavropol Region*. 2014;13(1):49–52. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/opyt-provedeniya-energeticheskih-obsledovaniy-gosudarstvennyh-i-munitsipalnyh-obektov/viewer(accessed: 25.11.2023).

12. Антонов С.Н., Адошев А.И., Шарипов И.К. Энергоаудит сельскохозяйственных предприятий. В: *Тр. 78-й науч.-практ. конф. «Методы и технические средства повышения эффективности использования электрооборудования в промышленности и сельском хозяйстве»*. Ставрополь: АГРУС; 2014. С. 26–29.

Antonov SN, Adoshev AI, Sharipov IK. Energy Audit of Agricultural Enterprises. In: *Proc. 78th Sci.-Prac. Conf. "Methods and technical means of increasing the efficiency of the use of electrical equipment in industry and agriculture"*. Stavropol: AGRUS; 2014. P. 26–29. (In Russ.).

13. Мо Зо Тве. Адаптивная система управления кластером альтернативных источников энергии. В: *Тр. 19-й Всерос. межвуз. науч.-тех. конф. студентов и аспирантов «Микроэлектроника и информатика»*. Москва: МИЭТ; 2012. С. 180.

Mo Zo Twe. Adaptive Control System for a Cluster of Alternative Energy Sources. In: *Proc. 19th All-Russian Interuniversity Sci.-Tech. Conf. Of Students and Postgraduates "Microelectronics and Computer Science"*. Moscow: MIET; 2012. P. 180. (In Russ.).

14. Кирикова Е.А., Разживина А.А. Оценка рисков проектов по энергосбережению на основе методов имитационного моделирования. С*б. мат-лов XII Междунар. науч.-практ. конф. «Российские регионы в фокусе перемен»*. Екатеринбург: УрФУ; 2017. С. 428–434.

Kirikova EA, Razzhivina AA. Risk Assessment of Energy Saving Projects Based on Simulation Methods. In: *Proc. XII Int. Sci.-Prac. Conf. "Russian Regions in the Focus of Change"*. Ekaterinburg: UrFU; 2017. P. 428–434. (In Russ.).

15. Мо Зо Тве. Разработка адаптивных алгоритмов управления энергетическим комплексом. *Оборонный комплекс — научно-техническому прогрессу России.* 2011;4:48–51.

Mo Zo Twe. Development of Adaptive Algorithms for Managing the Energy Complex. *Defense Complex. Interindustry Scientific and Technical Journal*. 2011;4:48–51. (In Russ.).

Об авторах:

Юрий Алексеевич Клименко, аспирант кафедры информационных систем и технологий Воронежского института высоких технологий (394043, РФ, г. Воронеж, ул. Ленина, 73а), SPIN-код: 8457-7141, ORCID, klm71165@mail.ru

Яков Евсеевич Львович, доктор технических наук, профессор кафедры информационных систем и технологий Воронежского института высоких технологий (394043, РФ, г. Воронеж, ул. Ленина, 73а), SPIN-код: 9029-3251, ORCID, ResearcherID, office@vivt.ru

Андрей Петрович Преображенский, доктор технических наук, профессор кафедры информационных систем и технологий Воронежского института высоких технологий (394043, РФ, г. Воронеж, ул. Ленина, 73а), SPIN-код: 2758-1530, ResearcherID, app@vivt.ru

Заявленный вклад авторов:

Ю.А. Клименко — описание построения модульной структуры системы.

Я.Е. Львович — описание построения функциональной структуры системы.

А.П. Преображенский — описание многоуровневой оптимизационной модели модуля оптимизации.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Поступила в редакцию 13.12.2023
Поступила после рецензирования 09.01.2024
Принята к публикации 15.01.2024

About the Authors:

Yuri A. Klimenko, Postgraduate student of the Information Systems and Technologies Department, Voronezh Institute of High Technologies (73-A, Lenin St., Voronezh, 394043, RF), SPIN-code: 8457-7141, ORCID, klm71165@mail.ru

Yakov E. Lvovich, Dr.Sci. (Eng.), Professor of the Information Systems and Technologies Department, Voronezh Institute of High Technologies (73-A, Lenin St., Voronezh, 394043, RF), SPIN-code: 9029-3251, ORCID, ResearcherID, office@vivt.ru

Andrey P. Preobrazhensky, Dr.Sci. (Eng.), Professor of the Information Systems and Technologies Department, Voronezh Institute of High Technologies (73-A, Lenin St., Voronezh, 394043, RF), SPIN-code: 2758-1530, ResearcherID, app@vivt.ru

Claimed contributorship:
YuI. Klimenko: description of the construction of the modular structure of the system.
YaE Lvovich: description of the construction of the functional structure of the system.
AP Preobrazhensky: description of the multilevel optimization model of the optimization module.

Conflict of interest statement: the authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final version of the manuscript.

Received 13.12.2023
Revised 09.01.2024
Accepted 15.01.2024

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT



Check for updates

УДК 51-76, 004.424.4

Научная статья

https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-98-108



EDN: TRWNOM

Компьютерная программа подбора праймеров для LAMP-амплификации

Л.У. Ахметзянова

Уфимский государственный нефтяной технический университет, г. Уфа, Российская Федерация

✉ www.lianab@mail.ru

Аннотация

Введение. На сегодняшний день существует множество способов амплификации нуклеиновых кислот и у каждого способа есть ряд достоинств и недостатков. Одним из наиболее популярных способов является петлевая изотермическая амплификация (Loop-mediated isothermal AMPlification, LAMP). В отличие от термоциклических реакций, таких как ПЦР (полимеразная цепная реакция), для которых требуется смена трех температурных режимов и дорогостоящее оборудование, в LAMP вся реакция проходит при одной температуре и с максимальной на данный момент скоростью. Важным компонентом проведения LAMP-амплификации являются праймеры (обычно 20–25 нуклеотидов), которые необходимо подбирать к определенному участку нуклеотидной последовательности. Известно, что последовательность ДНК содержит четыре нуклеотида: А — аденин и Т — тимин, Г — гуанин и Ц — цитозин. Вариантов перестановок этих нуклеотидов огромное множество, и проанализировать вручную такое большое количество данных практически невозможно, поэтому возникает необходимость в использовании современных компьютерных технологий. Для дизайна ПЦР-праймеров предложено более 150 компьютерных программ, в то время как для LAMP-праймеров их менее 10, и каждая из них имеет ряд недостатков, например, по длине анализируемого участка. Поэтому целью данной работы является разработка новой отечественной компьютерной программы дизайна специфичных праймеров именно для LAMP.

Материалы и методы. В основе алгоритма поиска праймеров лежит линейный поиск подстроки в строке с учетом критериев подбора праймеров для LAMP. Программный комплекс дизайна LAMP-праймеров разработан на языке программирования Python. Для работы с различными ДНК и РНК использовалась библиотека bioPython, а для разработки интерфейса — фреймворк Qt.

Результаты исследования. Предложена модификация метода прямого перебора с использованием трафаретного подхода, учитывающего GC-состав и температуру отжига праймеров в зависимости от их структуры. Разработан комплекс программ с дружелюбным интерфейсом, учитывающий критерии дизайна праймеров: получены свидетельства о регистрации программ для ЭВМ (LAMPrimers iQ № 2022617417 от 20 апреля 2022 года, LAMPrimers iQ_loop № 2023662840 от 14 июня 2023 года). Программа есть в открытом доступе по адресу: https://github.com/Restily/LAMPrimers-iQ

Обсуждение и заключение. Разработанные программные комплексы могут использоваться для исследований и анализа в области молекулярной биологии и генетики, для создания диагностических тест-систем, обеспечивающих высокую чувствительность и достоверность обнаружения специфических ДНК и РНК. Программные комплексы могут применяться в научно-исследовательских институтах и лабораториях, занимающихся амплификацией нуклеиновых кислот. Результаты оценки подобранных наборов праймеров для реакции LAMP апробированы, и эффективность рабочих наборов с помощью программы LAMPrimers iQ доказана экспериментально на примере обнаружения генетического материала коронавируса SARS-CoV-2.

Ключевые слова: дизайн праймеров, петлевые праймеры, python, C++, петлевая изотермическая амплификация, LAMP

Благодарности. Автор благодарит своего научного руководителя, доктора физико-математических наук, профессора И.М. Губайдуллина и коллег из Института биохимии и генетики УФИЦ РАН за консультации в ходе выполнения работы, а также за экспериментальную апробацию результатов в лабораторных условиях совместно с автором статьи.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках гранта № 20-37-90091 «Разработка программы дизайна праймеров для Loop AMPlification — петлевой изотермической амплификации на основе технологий машинного обучения», https://www.rfbr.ru/rffi/ru/contest/o_2088005

Для цитирования. Ахметзянова Л.У. Компьютерная программа подбора праймеров для LAMP-амплификации. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2024;24(1):98–108. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-98-108

Research article

Computer Program for Primer Design for Loop-Mediated Isothermal Amplification (LAMP)

Liana U. Akhmetzianova
Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russian Federation
✉ www.lianab@mail.ru

Abstract

Introduction. To date, numerous methods of nucleic acid amplification have been proposed, and each method has a number of advantages and disadvantages. One of the most popular methods is Loop-mediated isothermal AMPlification (LAMP). Unlike thermocyclic reactions, such as PCR (polymerase chain reaction), which require three temperature changes and expensive equipment, in LAMP, the entire reaction takes place at one and the same temperature and at the maximum rate possible. An important component of LAMP-amplification is primers (usually 20–25 nucleotides), which need to be matched to a specific part of the nucleotide sequence. It is known that DNA sequence contains four nucleotides: A — adenine and T — thymine, G — guanine and C — cytosine. There is a huge variety of permutations of these nucleotides, and it is practically impossible to analyze such a large amount of data manually. Therefore, there is a need to use modern computer technologies. More than 150 computer programs have been proposed for the design of PCR primers, while for LAMP-primers there are less than 10 of them, and each of them has a number of drawbacks, e.g., in terms of the length of the analyzed site. Therefore, this work is aimed at developing a new domestic computer program for the design of specific primers for LAMP.

Materials and Methods. The primer search algorithm was based on a linear search for a substring in a string, taking into account the criteria of primer selection for LAMP. The program complex of LAMP-primer design was implemented in Python programming language. The bioPython library was used to work with various DNA and RNA, and the Qt framework was used to develop the interface.

Results. A modification of the direct sampling method using a stencil approach was proposed, taking into account the GC composition and annealing temperature of primers depending on their structure. A software package with a friendly interface was developed. It took into account the design criteria of primers: certificates of registration of computer programs (LAMPrimers iQ No. 2022617417 dated April 20, 2022, LAMPrimers iQ_loop No. 2023662840 dated June 14, 2023) were received. The program is in the public domain at https://github.com/Restily/LAMPrimers-iQ

Discussion and Conclusion. The developed software packages can be used for research and analysis in molecular biology and genetics, to create diagnostic test systems that provide high sensitivity and reliability of detection of specific DNA and RNA. The software packages can be used in research institutes and laboratories engaged in the amplification of nucleic acids. The results of evaluating the selected sets of primers for the LAMP reaction were tested, and the effectiveness of working sets using the LAMPrimers iQ program was experimentally proven by the example of the detection of genetic material of the SARS-CoV-2 coronavirus.

Keywords: primer design, loop primers, python, C++, loop-mediated isothermal amplification, LAMP

Acknowledgements. The author would like to thank his supervisor Professor I.M. Gubaidullin, Dr.Sci. (Phys.-Math.), and colleagues from the Institute of Biochemistry and Genetics, Ufa Federal Research Center, Russian Academy of Sciences, for the consultations during the execution of the work, as well as for the experimental testing of the results in laboratory conditions together with the author of the article.

Funding information. The research is done with the financial support from RFFI (grant No. 20–37–90091 "Development of a primer design program for Loop AMPlification — loop mediated isothermal amplification based on machine learning technologies"). https://www.rfbr.ru/rffi/ru/contest/o_2088005

For citation. Akhmetzianova LU. Computer Program for Primer Design for Loop-Mediated Isothermal Amplification (LAMP). *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2024;24(1):98–108. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-98-108

Введение. Амплификация нуклеиновых кислот является ценным молекулярным инструментом не только в фундаментальных исследованиях, но и в прикладных областях, например таких, как диагностика инфекционных заболеваний, наследственных патологий, установление родства и т. д. В настоящее время методы амплификации интенсивно развиваются, расширяются и области их применения. Самым популярным и наиболее часто используемым методом амплификации является полимеразная цепная реакция (ПЦР) [1]. ПЦР — это реакция, проходящая при трех различных температурных режимах: денатурация (95 °C), отжиг праймеров (от 50° до 60 °C), элонгация (72 °C). Для быстрой смены этих режимов необходим специальный прибор — ДНК-термоциклер [2]. При этом смены температурных режимов в амплификаторе происходят не моментально, а начинаются лишь по достижении нужной температуры, и это ведет к искусственному сдерживанию протекания реакции. Как правило, продолжительность ПЦР составляет 1–1,5 часа.

Вторым по популярности методом амплификации является петлевая изотермическая амплификация (Loop AMPlification, LAMP) [3]. Для проведения LAMP достаточно водяной бани или термостата, так как реакция проходит при одной температуре, и первые результаты можно увидеть уже через 15 минут.

Как для LAMP, так и для любого другого вида амплификации ключевым компонентом являются праймеры, которые представляют собой короткую последовательность нуклеиновой кислоты и служат отправной точкой для увеличения копий определенного участка ДНК. Именно праймеры определяют, какая последовательность ДНК будет копироваться.

Основным отличием проведения LAMP является количество праймеров. Для обычной LAMP необходимо минимум четыре праймера (два внешних, два внутренних), в то время как для обычной ПЦР достаточно двух (прямой, обратный).

Для повышения специфичности и точности реакции важно правильно подобрать праймеры. Для автоматического подбора праймеров для ПЦР разработано более 150 различных компьютерных программ, которые позволяют подбирать праймеры для любых модификаций этой реакции [4]. Однако для LAMP таких программ крайне мало, не более десяти, и всего две из них доступны онлайн. Также эти программы имеют ряд недостатков, таких как ограничения по длине анализируемой последовательности, не исключают возможности образования гомо- и гетеродимеров праймеров, повторов нуклеотидов в одном праймере. И ни одна программа не учитывает сближенное расположение праймеров в одном наборе, что, в свою очередь, снижает качество праймеров и точность результатов реакции [5].

Вследствие этого актуальной задачей является разработка новой компьютерной программы, позволяющей подбирать (моделировать) качественные наборы праймеров для LAMP-амплификации с ужесточенными условиями подбора праймеров для нуклеотидных последовательностей любой длины.

Материалы и методы. Авторы оригинальной статьи [3] предложили использовать два внешних, F3 (Forward), B3 (Backward), и два внутренних праймера, FIP (Forward Inner Primer), BIP (Backward Inner Primer). Предполагалось, что внутренние праймеры имеют удвоенную длину (FIP: F1c/F2, BIP: B1c/B2) и отжигаются на четырех участках нуклеотидной последовательности. Схематично расположение LAMP-праймеров можно увидеть на рис. 1.

Внешние праймеры необходимы только на начальном этапе. Они предназначены для того, чтобы ограничить анализируемый участок нуклеотидной последовательности и образовать одноцепочечную структуру этого участка. Пара внутренних праймеров, F1c и B1c, начинают свою работу уже на втором этапе, поскольку они отжигаются после образования новых цепей ДНК.

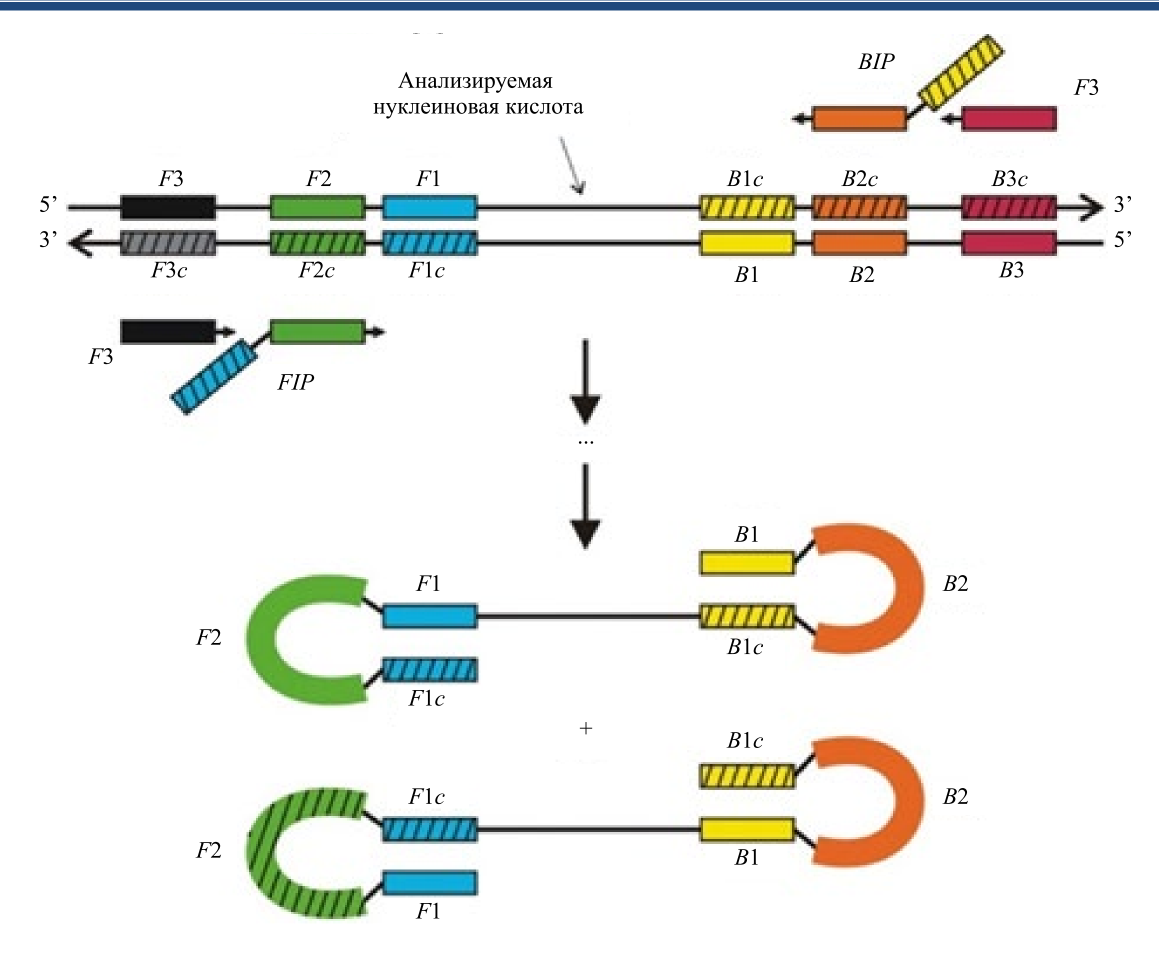


Рис. 1 Схематичное расположение мест отжига внешних и внутренних праймеров для LAMP-амплификации [6]

Позже теми же авторами был предложен модифицированный метод, предлагающий использование не четырех, а шести праймеров, отжигающихся уже на восьми участках целевой нуклеотидной последовательности [7]. Предлагалось добавить еще два петлевых праймера (Loop B, Loop F), которые должны вступить в реакцию на третьем этапе после образования гантелеобразной структуры ДНК и отжигаться между участками F1/F2 и B1/B2 соответственно. Использование дополнительных праймеров подразумевает увеличение чувствительности и достоверности реакции.

Любая реакция амплификации имеет свой порог чувствительности, и разброс данного показателя весьма велик ввиду того, что на протекание как ПЦР, так и LAMP влияет множество факторов. В некоторых работах отмечается, что LAMP по чувствительности значительно превосходит ПЦР. Например, авторы работы [8] утверждают, что LAMP чувствительнее ПЦР в 10 раз. Авторы других работ выявили, что LAMP чувствительнее ПЦР в 100 раз [9], а у некоторых этот показатель достигает 1 000 раз [10].

Помимо чувствительности, у любой реакции амплификации есть еще один не менее важный показатель — ее специфичность. И здесь к LAMP-амплификации в последнее время стали появляться вопросы [11], в том числе из-за возникновения так называемых праймерных гомо- и гетеродимеров, исключить которые в этой реакции сложнее, чем в ПЦР, ввиду большего числа используемых праймеров и их увеличенной длины [12].

Для успешного проведения амплификации необходимо правильно подобрать праймеры. При использовании метода LAMP основная сложность заключается в моделировании праймеров с учетом всех рекомендуемых условий, а именно:

1) длина праймера (18–35 нуклеотидов для внешних праймеров, 30–55 нуклеотидов для внутренних);
2) содержание гуанина (G) и цитозина (C) (GC-состав в пределах от 40 до 60 %);
3) оптимальная температура отжига праймеров (55–65 °C);
4) сближенное расположение праймеров в одном наборе: средний размер ампликона (120–220 п. н.);
5) исключение образования димеров праймеров;
6) исключение повторов нуклеотидов в одном праймере (не более трех).

В таблице 1 приведены краткие характеристики и возможности наиболее популярных программ дизайна LAMP-праймеров [5].

Таблица 1

Краткие характеристики популярных компьютерных программ дизайна LAMP-праймеров

	Язык разработки	Длина анализируемого участка, нуклеотиды	Подбор петлевых праймеров	Конфигурация петлевых праймеров	Графический интерфейс	Свободный доступ
Primer Explorer (V4, V5) японской компании Eiken Chemical Co. LTD, Токио	Java	до 2 000	+	нет	да	да
FastPCR финской фирмы Primer Digital Ltd	Java	от 12 до 500	–	нет	нет	нет
GLAPD Шанхайского университета Цзяо Тун, Китай	C, CUDA C, Perl OS Linux	не ограничено	+	+	нет	да
LAMP Designer американской фирмы Premier Biosoft		до 15 000 000	+	только Тм	да	нет
Lamprim	Python		–	–	–	нет доступа
NEB LAMP, New England Biolabs, Ипсвиче, штат Массачусетс, США	Java	от 100 до 2 000	+	–	да	да
LAMPrimer iQ. LAMPrimer iQ-loop, Уфа, Россия	Python 3.10	не ограничено	+	да	да	да

Дизайн праймеров для LAMP-амплификации представляет собой весьма трудную задачу и требует разработки специальной компьютерной программы с должным функционалом, учетом всех рекомендуемых условий и с возможностью расширенного подбора праймеров и удобным интерфейсом.

Компьютерная программа дизайна праймеров разработана на языке программирования Python. Данный язык имеет библиотеку bioPython, которая позволяет работать с нуклеотидными последовательностями, а также фреймворк *Qt* для разработки интерфейса.

Результаты исследования. С учетом особенности строения нуклеотидных последовательностей и критериев подбора LAMP-праймеров была предложена модификация метода прямого перебора с использованием трафаретного подхода, учитывающего GC-состав, температуру отжига праймеров и позволяющего снизить сложность перебора.

Как известно, GC-состав праймеров должен быть в пределах от 40 до 60 %. Это один из важных критериев подбора LAMP-праймеров, который зависит от самой анализируемой последовательности, длины праймера и частично влияет на температуру отжига (Tm, °C).

В данной работе для расчета температуры отжига праймеров используется формула:

$$Tm = 81{,}5 + 16{,}6 \cdot \left(log_{10}\left[Na^{+}\right]\right) + 0{,}41 \cdot (\%G + \%C) - 548/L, \quad (1)$$

где $[Na^{+}]$ — молярная концентрация ионов натрия; $(\%G + \%C)$ — GC-состав в анализируемой последовательности, выражается в процентах; L — длина праймера. За ее основу была взята известная зависимость:

$$Tm = 81{,}5 + 16{,}6 \cdot \left(log_{10}\left[Na^{+}\right]\right) + 0{,}41 \cdot (\%G + \%C) - 600/length. \quad (2)$$ [1]

Формула (1) была подобрана эмпирически, расчетные значения сопоставлялись со значениями, получаемыми с помощью удобной утилиты OligoAnalyzer[2], которая предоставляет качественный подбор праймеров для любых

[1] *Oligo Calc: Oligonucleotide Properties Calculator.* URL: http://biotools.nubic.northwestern.edu/OligoCalc.html (дата обращения: 10.12.2023).
[2] *OligoAnalyzer™ Tool*. URL: https://eu.idtdna.com/pages/tools/oligoanalyzer?returnurl=%2Fcalc%2Fanalyzer (дата обращения: 10.12.2023).

видов амплификации нуклеотидных кислот. Определив длину праймеров, GC-состав и температуру отжига, можно найти все возможные праймеры в нуклеотидной последовательности любой длины, которые будут удовлетворять заданным критериям.

Если представить праймер как подстроку, а анализируемую нуклеотидную последовательность как более длинную строку, данную задачу можно представить как перебор всех возможных вариантов (прямой поиск), но усложнив его за счет расчета GC-состава и температуры отжига праймеров.

На рис. 2 представлена полная блок-схема работы алгоритма прямого перебора, учитывающая:

– длину праймеров (п. о.);

– GC-состав, %;

– температуру отжига праймеров, *Tm,* °C;

– гомодимеры на обеих цепочках ДНК.

Общая сложность модифицированного алгоритма в худшем случае: O(m·n), где n — длина праймера; m — длина нуклеотидной последовательности. Необходимо понимать, что время работы алгоритма напрямую зависит от того, насколько часто встречаются удовлетворяющие требованиям нуклеотидные фрагменты.

В таблице 2 приведены данные поиска всех возможных праймеров в нуклеотидных последовательностях различной структуры по времени.

Далее из всех найденных праймеров необходимо сформировать наборы, учитывая сближенное расстояние между праймерами, гетеродимерность в одном наборе, а также минимальную разницу температур отжига праймеров.

Схема дизайна формирования праймеров в наборы для LAMP представлена на рис. 3.

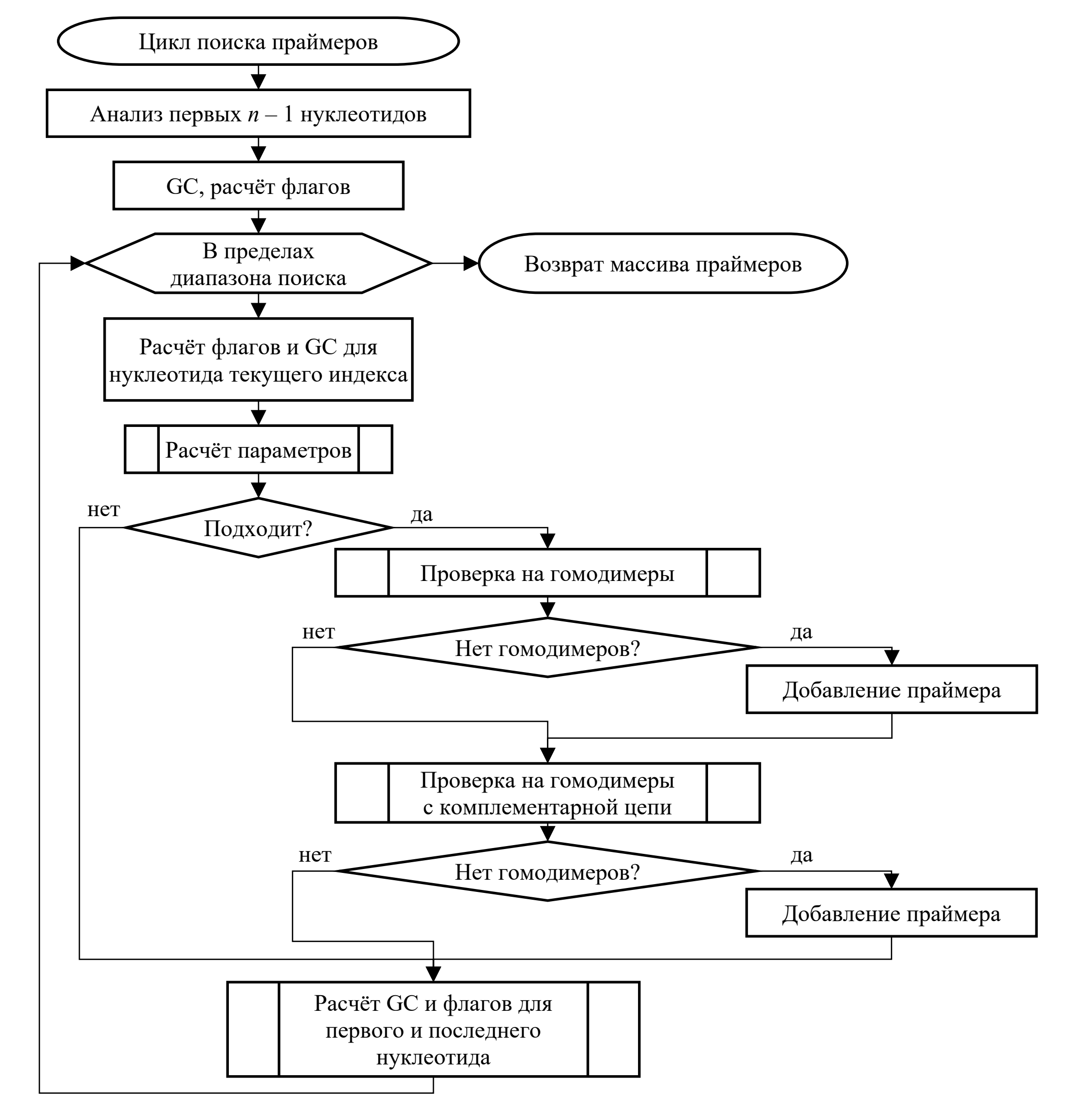


Рис. 2. Полная блок-схема работы алгоритма

Таблица 2

Время, затраченное на поиск подходящих праймеров в нуклеотидных последовательностях разной длины

Название генома	Размер нуклеотидной последовательности, п. о.	Поиск праймеров, с
SARS-CoV-2	29 903	0,31
Escherichia virus T4	168 903	1,73
Mycoplasma	580 076	5,43
Helicobacter pylori	1 624 458	18,11
Escherichia coli	4 641 652	71,68 (1,2 мин)
Caenorhabditis	100 286 401	1 082,53 (18 мин)

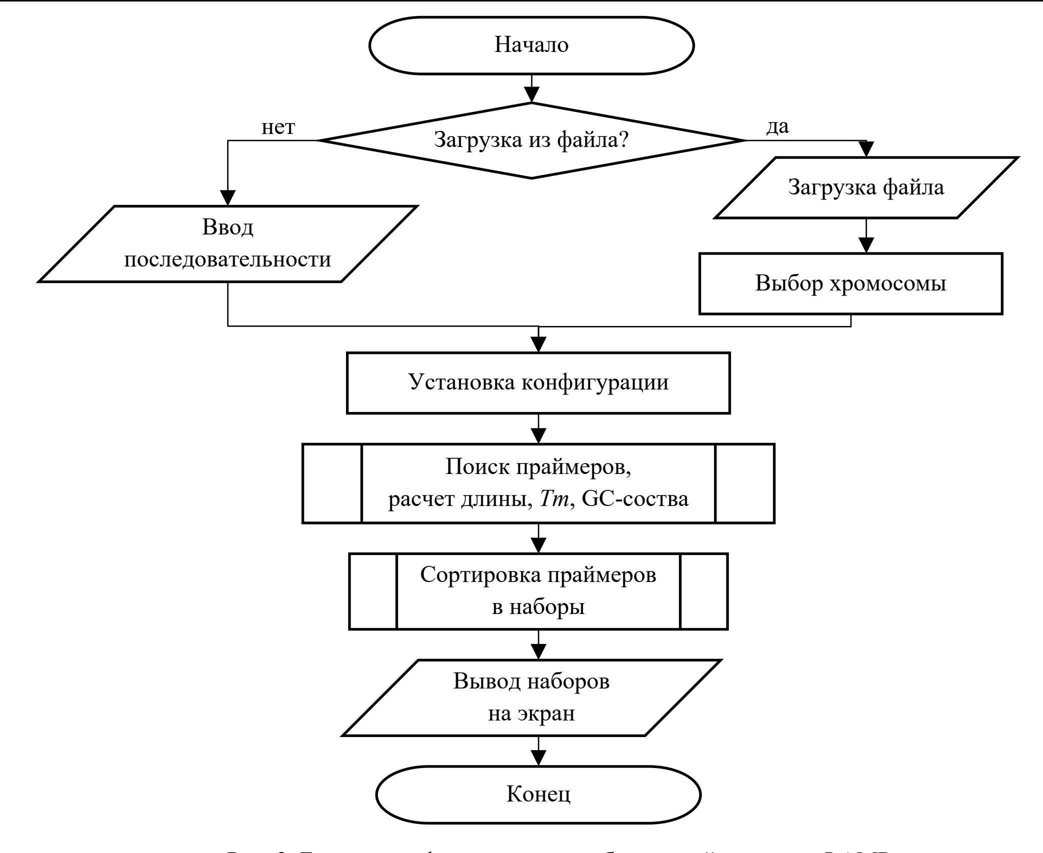


Рис. 3. Блок-схема формирования наборов праймеров для LAMP

На входе программа считывает нуклеотидную последовательность, либо загружается нужный файл, либо вставляется фрагмент через буфер обмена. Далее устанавливаются конфигурации, такие как длина праймеров, GC-состав, температура отжига праймеров и разница температур в одном наборе. Затем происходит поиск всех возможных праймеров, удовлетворяющих установленным конфигурациям, подобранные праймеры сортируются в наборы и выводятся на экран пользователю.

Работа компьютерной программы:

1. Загрузка файла (простой текстовый формат, формат FASTA, GenBank) или фрагмент последовательности через буфер обмена.

2. Поиск всех возможных праймеров: праймеры объединяются по следующим критериям:

– длина анализируемого участка;

– расстояния между праймерами (F3/F2 — 1–10 нуклеотидов, F2/F1c — 10–25 нуклеотидов, F1c/B1c — 0–30 нуклеотидов);

– разница температур отжига праймеров (<3);

– гетеродимерность (heterodimer).

В случае соблюдения всех вышеперечисленных условий набор считается рабочим.

3. Вывод смоделированных наборов праймеров на экран пользователю и/или сохранение в файл.

Программа для LAMP-амплификации зарегистрирована в Реестре программ для ЭВМ под названием LAMPrimers iQ, № 2022617417 20 апреля 2022 года и LAMPrimers iQ-loop, № 2023662840 14 июня 2023 года. Код программы в открытом доступе[3].

Разработанный программный продукт обладает дружественным и интуитивно понятным интерфейсом, что позволяет использовать его непосредственно конечным пользователям — экспериментаторам, занимающимся LAMP-амплификацией.

Обсуждение и заключение. Количество выданных наборов праймеров зависит от заданных параметров поиска. Чем строже параметры, тем меньше наборов будет найдено. В случае жестких ограничений программа может не выдать ни одного набора. Количество наборов праймеров при различных параметрах подбора для генома бактериофага лямбда [13], длина которого составляет ~48 500 нуклеотидов, представлено в таблице 3.

Для относительно коротких нуклеотидных последовательностей (до 2 000 нуклеотидов) подбор праймеров занимает менее секунды. С увеличением длины последовательности длительность поиска праймеров увеличивается экспоненциально.

Таблица 3

Количество наборов праймеров для генома бактериофага лямбда в зависимости от заданных параметров отбора

GC, %	Δ*Tm*, °C	Максимальная длина амплифицируемого участка, п. н.		
		300	230	160
40–60	5	213	119	3
	2	198	184	3
45–55	5	132	80	0
	2	116	64	0
50–60	5	195	185	4
	2	181	164	4
55–65	5	160	147	4
	2	134	105	0

На рис. 4 представлено влияние длины нуклеотидной последовательности на длительность подбора наборов праймеров. Приведены данные для нуклеотидной последовательности бактериофага лямбда на ноутбуке с параметрами: процессор Intel(R) Core(TM) i7-10750H CPU, 2.60GHz, 6 ядер. 16 ГБ ОЗУ. Указаны параметры мягкого подбора праймеров (40–60 % GC, Δ*Tm* = 5, длина анализируемого участка — до 300 п. н.).

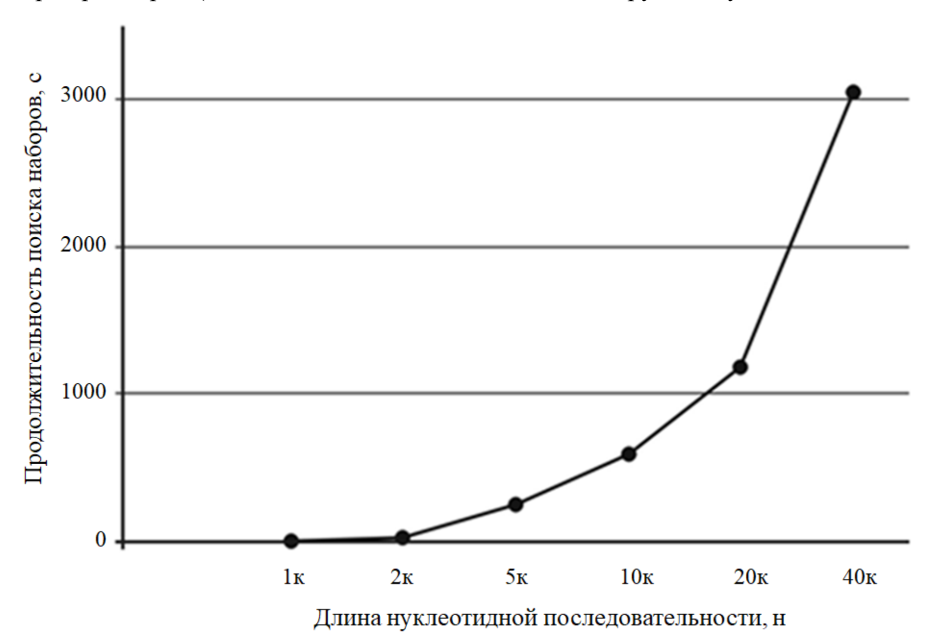


Рис. 4. Влияние длины нуклеотидной последовательности на длительность подбора наборов праймеров

[3] *LAMPrimers-IQ*. URL: https://github.com/Restily/LAMPrimers-iQ/blob/main/lamp/start_lamp.py (дата обращения: 10.12.2023).

Следует отметить, что продолжительность поиска праймеров зависит от мощности компьютера.

Для сравнения и определения качества смоделированных наборов праймеров был проведен ряд натурных экспериментов по обнаружению РНК коронавируса SARS-CoV-2, длина которого ~ 30 000 нуклеотидов. Для этого к одному и тому же участку нуклеотидной последовательности коронавируса были подобраны наборы LAMP-праймеров с помощью программы LAMPrimers iQ и двух популярных и доступных онлайн-утилитов от компании New England Biolabs (NEB LAMP)[4] и PrimerExplorer[5]. Обозначения L, N и P соответствуют наборам праймеров LAMPrimers iQ, NEB LAMP Primer Design и PrimerExplorer; «+» — образцы содержали РНК коронавируса SARS-CoV-2, «–» — образцы не содержали нуклеиновых кислот. На рис. 5 приведены кривые данного эксперимента.

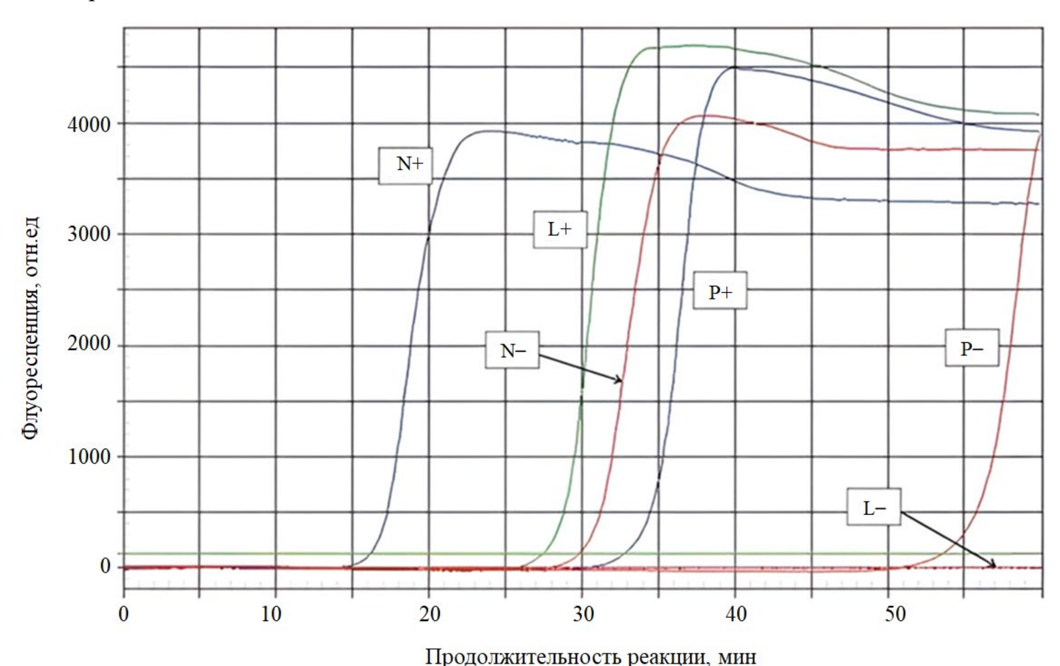


Рис. 5. График сравнительного эксперимента:
L — праймеры, полученные с помощью LAMPrimers Iq, N — NEB LAMP Primer Design;
P — PrimerExplorer, «+» — образцы содержали РНК коронавируса SARS-CoV-2;
«–» — контрольные образцы без матрицы (не содержали нуклеиновых кислот)

Праймеры, полученные с помощью PrimerExplorer, показали самый поздний подъем кривых амплификации (P+), по сравнению с NEB LAMP (N+) и LAMPrimers iQ (L+). Праймеры, полученные с помощью LAMPrimers iQ, обеспечивали более поздний подъем кривых амплификации (L+) по сравнению с (N+). Однако образцы, не содержащие РНК вируса (P–), выдали более поздний подъем по сравнению с набором (N–), в то время как (L–) не показали никаких подъёмов даже после 50 минут, тем самым обеспечивая самую высокую надежность обнаружения вирусной РНК.

Проведенные эксперименты показали более высокую точность и специфичность наборов праймеров, подобранных с помощью компьютерной программы LAMPrimers iQ, вызванную снижением скорости протекания реакции с образцами отрицательного контроля. Кривые амплификации имели более поздние подъемы или не имели их вообще, даже по истечении 50 минут продолжительности реакции.

Список литературы / References

1. Гильмиярова Ф.Н., Колотьева Н.А., Гусякова О.А., Сидорова И.Ф. Полимеразная цепная реакция. История открытия. Новый этап развития. *Консилиум. Лабораторная диагностика*. 2017;154(4):17–21. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/polimeraznaya-tsepnaya-reaktsiya-istoriya-otkrytiya-novyy-etap-razvitiya/viewer (дата обращения: 05.11.2023).

Gilmiyarova FN, Kolotyeva NA, Gusyakova OA, Sidorova IF. Polymerase Chain Reaction. History of Discovery. New Stage of Development. *Konsilium. Laboratornaya diagnostika*. 2017;154(4):17–21. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/polimeraznaya-tsepnaya-reaktsiya-istoriya-otkrytiya-novyy-etap-razvitiya/viewer (accessed: 05.11.2023). (In Russ.).

[4] *NEB LAMP Primer Design Tool.* URL: https://lamp.neb.com/#!/ (дата обращения: 24.11.2023).
[5] *LAMP primer designing software Primer Explorer.* URL: http://primerexplorer.jp/e (дата обращения: 25.11.2023).

2. Гарафутдинов Р.Р., Баймиев А.Х., Малеев Г.В., Алексеев Я.И., Зубов В.В., Чемерис Д.А. и др. Разнообразие праймеров для ПЦР и принципы их подбора. *Биомика*. 2019;11(1):23–70. URL: https://biomicsj.ru/upload/iblock/ddf/bmcs19111023_1_.pdf?ysclid=lruepfy4zf297918053 (дата обращения: 05.11.2023).

Garafutdinov RR, Baymiev AKh, Maleev GV, Alexeyev YaI, Zubov VV, Chemeris DA, et al. Diversity of PCR Primers and Principles of Their Design. *Biomics*. 2019;11(1):23–70. URL: https://biomicsj.ru/upload/iblock/ddf/bmcs19111023_1_.pdf?ysclid=lruepfy4zf297918053 (accessed: 05.11.2023).

3. Notomi T, Okayama H, Masubuchi H, Yonekawa T, Watanabe K, Amino N, et al. Loop-Mediated Isothermal Amplification of DNA. *Nucleic Acids Research.* 2000;28(12):e63 https://doi.org/10.1093/nar/28.12.e63

4. Чемерис Д.А., Кирьянова О.Ю., Губайдуллин И.М., Чемерис А.В. Дизайн праймеров для полимеразной цепной реакции (краткий обзор компьютерных программ и баз данных). *Биомика.* 2016;8(3):215–238. URL: https://biomicsj.ru/upload/iblock/b05/3.pdf (дата обращения: 05.11.2023).

Chemeris DA, Kiryanova OYu, Gubaydullin IM, Chemeris AV. Design of Primers for Polymerase Chain Reaction (Brief Review of Software and Databases). *Biomics.* 2016;8(3):215–238. URL: https://biomicsj.ru/upload/iblock/b05/3.pdf (accessed: 05.11.2023).

5. Ахметзянова Л.У., Давлеткулов Т.М., Гарафутдинов Р.Р., Губайдуллин И.М. Применение алгоритма Ахо-Корасик для подбора праймеров для петлевой изотермической амплификации. *Математическая биология и биоинформатика*. 2022;17(2):250–265. https://doi.org/10.17537/2022.17.250

Akhmetzianova LU, Davletkulov TM, Garafutdinov RR, Gubaydullin IM. Application of the Aho-Korasik Algorithm for the Selection of Primers for Loop Isothermal Amplification. *Mathematical Biology and Bioinformatics*. 2022;17(2):250–265. https://doi.org/10.17537/2022.17.250

6. Akhmetzianova LU, Davletkulov TM, Sakhabutdinova AR, Chemeris AV, Gubaydullin IM, Garafutdinov RR. LAMPrimers iQ: New Primer Design Software for Loop-Mediated Isothermal Amplification (LAMP). *Analytical Biochemistry*. 2023;684:115376. https://doi.org/10.1016/j.ab.2023.115376

7. Nagamine K, Hase T, Notomi T. Accelerated Reaction by Loop-Mediated Isothermal Amplification Using Loop Primers. *Molecular and Cellular Probes*. 2002;16(3):223–229. https://doi.org/10.1006/mcpr.2002.0415

8. Zhiyong Chen, Yuxue Liao, Xuemei Ke, Jie Zhou, Yixiong Chen, Lulu Gao, et al. Comparison of Reverse Transcription Loop-Mediated Isothermal Amplification, Conventional PCR and Real-Time PCR Assays for Japanese Encephalitis Virus. *Molecular Biology Reports*. 2011;38(6):4063–4070. https://doi.org/10.1007/s11033-010-0525-0

9. Nkere CK, Oyekanmi JO, Silva G, Bömer M, Atiri GI, Onyeka J, et al. Chromogenic Detection of Yam Mosaic Virus by Closed-Tube Reverse Transcription Loop-Mediated Isothermal Amplification (CT-RT-LAMP). *Archives of Virology.* 2018;163(4):1057–1061. https://doi.org/10.1007/s00705-018-3706-0

10. Wang C, Shen X, Lu J, Zhang L. Development of a Reverse Transcription-Loop-Mediated Isothermal Amplification (RT-LAMP) System for Rapid Detection of HDV Genotype 1. *Letters in Applied Microbiology.* 2013;56(3):229–235. https://doi.org/10.1111/lam.12039

11. Hardinge P, Murray JAH. Lack of Specificity Associated with Using Molecular Beacons in Loop Mediated Amplification Assays. *BMC Biotechnology*. 2019;19(1):55. https://doi.org/10.1186/s12896-019-0549-z

12. Бодулев О.Л., Сахаров И.Ю. Изотермические методы амплификации нуклеиновых кислот и их применение в биоанализе. *Биохимия.* 2020;85(2):174–196. https://doi.org/10.31857/S0320972520020037

Bodulev OL, Sakharov IYu. Isothermal Nucleic Acid Amplification Techniques and Their Use in Bioanalysis. *Biochemistry.* 2020;85(2):174–196. https://doi.org/10.31857/S0320972520020037

13. Ребольская Ю.А., Васенко Е.А., Мельник С.В., Сабиров Д.Х., Сарыгина Е.В. Бактериофаг лямбда как модельный объект в генетических исследованиях. В: *Труды X Международной студенческой научной конференции «Студенческий научный форум-2018»*. Москва. 2018. URL: https://scienceforum.ru/-2018/article/2018002259 (дата обращения: 09.10.2023).

Rebolskaya YuA, Vasenko EA, Melnik SV, Sabirov DKh, Sarygina EV. Bacteriophage Lambda as a Model Object in Genetic Research. In: *Proc. X Int. Student Electronic Sci. Conf. "Student Scientific Forum-2018".* Saratov: LLC Nauchno-izdatel'skii tsentr "Akademiya Estestvoznaniya"; 2018. URL: https://scienceforum.ru/2018/article/2018002259 (accessed: 09.10.2023). (In Russ.).

Об авторе:

Лиана Ульфатовна Ахметзянова, ассистент кафедры вычислительной техники и инженерной кибернетики Уфимского государственного нефтяного технического университета (450062, РФ, г. Уфа, ул. Космонавтов, 1). Работа выполнялась в лаборатории математической химии Института нефтехимии и катализа Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук. (450075, РФ, г. Уфа, проспект Октября, 141), SPIN-код: 5800-5465, ORCID, ScopusID, www.lianab@mail.ru

Конфликт интересов: автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

Поступила в редакцию 14.12.2023
Поступила после рецензирования 09.01.2024
Принята к публикации 16.01.2024

About the Author:
Liana U. Akhmetzianova, teaching assistant of the Department of Computer Science and Engineering Cybernetics, Ufa State Petroleum Technological University (1, Kosmonavtov St., Ufa, 450064, RF). The research was carried out in the Laboratory of Mathematical Chemistry, Institute of Petrochemistry and Catalysis, UFRC RAS (141, pr. Oktyabrya, Ufa, 450075, RF), SPIN-code: 5800-5465, ORCID, ScopusID, www.lianab@mail.ru

Conflict of interest statement: the author does not have any conflict of interest.

The author has read and approved the final version of manuscript.

Received 14.12.2023
Revised 09.01.2024
Accepted 16.01.2024

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT



УДК 004.942, 004.02, 519.622, 544.3, 544.2

Научная статья

https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-109-118

Расчет оптимальной температуры при многокритериальной оптимизации процесса гидрирования полициклических ароматических углеводородов методом NSGA-II



EDN: VNTDAG

А.А. Александрова ✉, **С.Н. Коледин**
Уфимский государственный нефтяной технический университет, г. Уфа, Российская Федерация
✉ nastena1425@gmail.com

Аннотация

Введение. Многокритериальную оптимизацию с учетом противоречащих друг другу критериев задействуют для улучшения эффективности производства, сокращения затрат, повышения качества продукции и экологической безопасности процессов. В литературе описано использование многокритериальной оптимизации для производственных целей, в том числе при выборе условий реакции и улучшении технологических процессов. В представленной работе объект исследования — это процесс гидрирования полициклических ароматических углеводородов (ПАУ) при получении высокоплотных топлив. Для определения оптимальных условий процесса решается задача многокритериальной оптимизации на основе кинетической модели. Критерии: максимизация выхода целевых нафтенов и конверсия исходного сырья. Цель работы — создание программы, реализующей алгоритм многокритериальной оптимизации NSGA-II (англ. non-dominated sorting genetic algorithm II). Благодаря этому на основе кинетической модели можно рассчитать оптимальную температуру для процесса гидрирования ПАУ.

Материалы и методы. Для решения многокритериальной задачи оптимизации применялся генетический алгоритм NSGA-II. Используется также измененный отбор родителей и выживания в рамках фронта Парето. При необходимости разделения фронта решения выбирались по манхэттенскому расстоянию между ними. Программа реализована на языке Python.

Результаты исследования. В системе обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений химической кинетики концентрацию обозначили y_i, условное время контакта реакционной смеси с катализатором — τ. Систему решили для реакции гидрирования полициклических ароматических углеводородов. Расчеты показали, что при $\tau = 0$ $y_1(0) = 0{,}025$; $y_2(0) = 0{,}9$; $y_6(0) = 0{,}067$; $y_9(0) = 0{,}008$; $y_i(0) = 0$, $i = 3–5,7,8,10–20$; $Q(0) = 1$. В качестве управляемого параметра рассматривали температуру процесса по двум критериям оптимальности: максимизация выхода целевых нафтенов (f_1) в конце реакции и максимизация конверсии исходного сырья (f_2). Значения f_1 были в границах 0,43–0,79; конверсии — 0,01–0,03; температуры — 200–300 К. Рост температуры сопровождается увеличением выхода целевых нафтенов и снижением конверсии исходного сырья. Каждое полученное решение — неулучшаемое. При моделировании процесса гидрирования ПАУ запустили алгоритм с размером популяции — 100, количеством поколений — 100. Разработана программа, реализующая алгоритм NSGA-II. Рассчитано оптимальное множество значений температуры реакции гидрирования ПАУ, позволяющее получить неулучшаемые значения критериев оптимальности — максимизации выхода целевых нафтенов и конверсии исходного сырья.

Обсуждение и заключение. Алгоритм NSGA-II эффективен для решения задачи недоминирования и вывода оптимального решения для всех критериев. Будущие исследования следует посвятить подбору оптимальных параметров алгоритма, позволяющих увеличить скорость решения. Опираясь на полученные теоретические оптимальные условия реакции гидрирования ПАУ, можно реализовать процесс в промышленности.

Ключевые слова: гидрирование полициклических ароматических углеводородов, многокритериальная оптимизация технологического процесса, задача нелинейного программирования, фронт Парето, метод NSGA-II

Благодарности. Авторы выражают признательность рецензентам за ценные замечания, способствовавшие улучшению статьи.

Для цитирования. Александрова А.А., Коледин С.Н. Расчет оптимальной температуры при многокритериальной оптимизации процесса гидрирования полициклических ароматических углеводородов методом NSGA-II. *Advanced Engineering Research* (*Rostov-on-Don*). 2024;24(1):109–118. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-109-118

Research article

Optimal Temperature Calculation for Multicriteria Optimization of the Hydrogenation of Polycyclic Aromatic Hydrocarbons by NSGA-II Method

Anastasiya A. Alexandrova ✉, **Sergey N. Koledin**
Ufa State Petroleum Technical University, Ufa, Russian Federation
✉ nastena1425@gmail.com

Abstract

Introduction. Multicriteria optimization, taking into account contradicting criteria, is used to improve production efficiency, reduce costs, improve product quality and environmental safety of processes. The literature describes the application of multicriteria optimization for production purposes, including the selection of reaction conditions and improvement of technological processes. In the presented paper, the object of research is the process of hydrogenation of polycyclic aromatic hydrocarbons (PAH) in the production of high-density fuels. To determine the optimal conditions of the process, the problem of multicriteria optimization based on the kinetic model is solved. The criteria include maximizing the yield of targeted naphthenes and conversion of feedstock. The research objective is to create a program implementing the multicriteria optimization non-dominated sorting genetic algorithm-II (NSGA-II). Due to this, it is possible to calculate the optimal temperature for the PAH hydrogenation process on the basis of the kinetic model.

Materials and Methods. The NSGA-II genetic algorithm was used to solve the multicriteria optimization problem. Modified parental and survival selection within the Pareto front was also used. If it was necessary to divide the front, solutions based on the Manhattan distance between them were selected. The program was implemented in Python.

Results. In the system of ordinary nonlinear differential equations of chemical kinetics, the concentration was designated y_i, the conditional contact time of the reaction mixture with the catalyst — τ. The system was solved for the hydrogenation reaction of polycyclic aromatic hydrocarbons. The calculations showed that at $\tau = 0$ $y_1(0) = 0.025$; $y_2(0) = 0.9$; $y_6(0) = 0.067$; $y_9(0) = 0.008$; $y_i(0) = 0$, $i = 3–5, 7, 8, 10–20$; $Q(0) = 1$. The process temperature was considered as a control parameter according to two optimality criteria: maximizing the yield of target naphthenes (f_1) at the end of the reaction, and maximizing the conversion of feedstock (f_2). Values f_1 were in the range of 0.43–0.79; conversion — 0.01–0.03; temperature — 200–300 K. The growth of temperature was accompanied by an increase in the yield of target naphthenes and a decrease in the conversion of feedstock. Each solution obtained was not an unimprovable one. When modeling the process of hydrogenation of PAH, an algorithm was launched with a population size of 100 and a number of generations of 100. A program implementing the NSGA-II algorithm was developed. The optimal set of values of the PAH hydrogenation reaction temperature was calculated, which made it possible to obtain unimprovable values of the optimality criteria — maximizing the yield of target naphthenes and conversion of feedstock.

Discussion and Conclusion. The NSGA-II algorithm is effective for solving the problem of non-dominance, and deriving the optimal solution for all criteria. Future research should be devoted to the selection of optimal algorithm parameters to increase the speed of the solution. Based on the obtained theoretical optimal conditions of the PAH hydrogenation reaction, it is possible to implement the process in industry.

Keywords: hydrogenation of polycyclic aromatic hydrocarbons, multicriteria process optimization, nonlinear programming problem, Pareto front, NSGA-II method

Acknowledgements. The authors would like to thank the reviewers for valuable comments that contributed to the improvement of the article.

For citation. Alexandrova AA, Koledin SN. Optimal Temperature Calculation for Multicriteria Optimization of the Hydrogenation of Polycyclic Aromatic Hydrocarbons by NSGA-II Method. *Advanced Engineering Research* (*Rostov-on-Don*). 2024;24(1):109–118. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-109-118

Введение. Оптимизация многостадийных реакций применяется в химической, нефтегазовой, пищевой и других отраслях промышленности. На практике задачи оптимизации — многокритериальные, причем критерии зачастую противоречивы и имеют оптимум в разных точках. Многокритериальная оптимизация сохраняет актуальность, так как позволяет учитывать несколько параметров и выбирать наилучшее решение из множества вариантов.

В рамках данной работы объект исследования — каталитическая реакция гидрирования полициклических ароматических углеводородов (ПАУ). Они представляют собой класс органических соединений, молекулы которых содержат не менее двух бензольных колец [1]. ПАУ распространены в межзвездной среде, входят в состав тяжелых фракций нефти, образуются при лазерном облучении углеродных материалов. Изучение этих соединений интересно с точки зрения выявления зависимостей между их химическим строением и физико-химическими свойствами. Кроме того, данные, полученные в результате таких научных изысканий, можно задействовать для создания новых органических и гибридных соединений с прочным углеродным каркасом, которые применимы в наноархитектонике.

Прикладная наука соотносит наличие ПАУ с целями производства. Например, желательно присутствие ПАУ в сырье, если оно используется для получения кокса с заданной структурой [2]. Однако при производстве топлива ПАУ может негативно сказаться на эксплуатационных характеристиках продукта, например на плотности [3].

К выработке высокоплотного реактивного топлива предъявляются крайне серьезные требования. При высокой плотности оно должно иметь температуру кипения не выше верхней границы температуры кипения керосиновой фракции. Другой обязательный критерий — низкое содержание ароматических углеводородов. Отметим также дороговизну известных технологий получения высокоплотных топлив.

Учитывая сказанное, задачу необходимо решать по принципу доминирования Парето для определения множества неулучшаемых вариантов с применением генетического алгоритма недоминируемой сортировки [4].

Цель исследования — разработка программы, реализующей алгоритм многокритериальной оптимизации NSGA-II (Non-dominated sorting genetic algorithm II) и позволяющей на основе кинетической модели рассчитать оптимальную температуру для процесса гидрирования ПАУ.

Материалы и методы

Математическая модель. Опишем изменения концентраций компонентов в зависимости от времени реакций. Для этого используются уравнения химической кинетики, которые представляют собой систему обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений (СОНДУ):

$$\frac{dy_i}{d\tau} = \sum_{j=1}^{J} \nu_{ij} w_j, i = 1,...I, \tag{1}$$

$$w_j = k_j \cdot \prod_{i=1}^{I} (y_i)^{|\alpha_{ij}|} - k_{-j} \cdot \prod_{i=1}^{I} (y_i)^{\beta_{ij}}, k_j = A_j \cdot exp\left(-\frac{E_j^+}{RT}\right), k_{-j} = A_{-j} \cdot exp\left(-\frac{E_j^-}{RT}\right). \tag{2}$$

Здесь начальные условия: $y_i(0) = y_i^0$ при $\tau = 0$; $\tau \in [0, \tau^*]$; y_i — концентрации реагентов, молярные доли; τ — условное время контакта реакционной смеси с катализатором, кг·мин/моль; J — количество стадий; I — количество веществ; ν_{ij} — стехиометрическая матрица; w_j — скорость j-й стадии, 1/мин или моль/(кг·мин); k_j, k_{-j} — константы скоростей стадий (приведенные), 1/мин; α_{ij} — отрицательные элементы матрицы ν_{ij}; β_{ij} — положительные элементы ν_{ij}; A_j, A_{-j} — предэкспоненциальные множители, 1/мин; E_j^+, E_j^- — энергии активации прямой и обратной реакций, ккал/моль; R — газовая постоянная, 2 кал/(моль·K); T — температура, K; τ^* — продолжительность реакции, кг·мин/моль.

Модель каталитического гидрирования ПАУ учитывает динамику мольного состава и объема реакционной смеси. Следовательно, принимаются во внимание изменения концентрации компонентов в каждый момент времени [3]:

$$\frac{dQ}{d\tau} = \sum_{i=1}^{I} \frac{dy_i}{d\tau}, \quad Q(0) = Q^0,$$
$$w_j = k_j \cdot \prod_{i=1}^{I} \left(\frac{y_i}{Q}\right)^{|\alpha_{ij}|} - k_{-j} \cdot \prod_{i=1}^{I} \left(\frac{y_i}{Q}\right)^{\beta_{ij}}. \tag{3}$$

Для описания нестационарной реакции, которая происходит с изменением объема реакционной смеси, необходимо решить систему нелинейных дифференциальных уравнений в каждый момент времени. Прямая кинетическая задача представляет собой решение СОНДУ (1)–(3).

В процессе гидрирования полициклических ароматических углеводородов из исходных ароматических углеводородов получают нафтены, которые обладают более высокой плотностью и могут использоваться в качестве топлива для реактивных ракет. С этой целью применяются никелевые катализаторы, а управляющим

или варьируемым параметром является температура процесса, которая должна быть в пределах 200–500 К. Критерии оптимальности — максимизация выхода целевых нафтенов в конце реакции и максимизация конверсии исходного сырья.

Алгоритм исследования. Многокритериальная оптимизация — это выбор из множества альтернатив наилучшего решения с учетом нескольких критериев. Важность каждого из них определяется весом (приоритетом).

Допустим, $f(x)$ — это целевая функция, а ограничения, заданные в виде равенств $h_1(x)\ldots h_m(x)$ и неравенств $g_{m+1}(x)\ldots g_p(x)$, представлены вектором-столбцом компонент $x = [x_1,\ldots, x_n]^T$ в n-мерном Евклидовом пространстве.

Сформулируем задачу нелинейного программирования [5].

Оптимизировать

$$f\left(x\right) \to extr,\ x \in E^n, \tag{4}$$

при m линейных или нелинейных ограничениях в виде равенств:

$$h_j\left(x\right) = 0,\ j = 1,\ldots,m, \tag{5}$$

и при $(p - m)$ линейных или нелинейных ограничениях в виде неравенств:

$$g_j\left(x\right) \ge 0,\ j = m+1,\ldots,p. \tag{6}$$

Декомпозиция (4)–(6) представляет собой постановку и решение задачи линейного и квадратичного программирования. Каждая из них определяется видом уравнений (4)–(6). Так, в случае квадратичной функции (4) и линейных уравнений (5), (6) — это описанная ниже задача квадратичного программирования.

Определим экстремум функции

$$f\left(x\right) = a_0 + c^T x + x^T Qx \to extr, \tag{7}$$

с ограничениями:

$$a^T x \ge b,\ x \ge 0. \tag{8}$$

В уравнениях (7), (8) Q — неотрицательно определенная квадратичная симметричная матрица; a, b, c — матрицы коэффициентов.

При постановке многокритериальной Паретовой задачи оптимизации (4)–(6) будет иметь вид:

$$extrF\left(x\right) = F\left(x^*\right) = F^*. \tag{9}$$

В уравнении (9) $Fx = \left(f_1\left(X\right), f_2\left(X\right),\ldots, f_m\left(X\right)\right)$ — вектор-функция критериев оптимальности f_1 и f_2. Множество x^* — искомое решение задачи в области параметров варьирования. Множество F^* представляет собой искомое решение задачи в области критериев оптимальности, неулучшаемое в смысле аппроксимации Парето. Тогда x^* определяет множество Парето, F^* — фронт Парето.

Для решения (9) применили априорные и апостериорные алгоритмы аппроксимации Парето. Один из них — метод идеальной точки, которая представляет собой лучшее решение по всем критериям [6]. Чтобы ее найти, нужно сначала определить минимальные и максимальные значения каждого критерия всех рассматриваемых решений. Затем для каждого критерия выбирается максимальное значение из всех минимальных и минимальное из всех максимальных.

Однако у данного подхода есть недостатки. Во-первых, он может быть неэффективным, если идеальная точка находится вне области допустимых значений критериев. В таком случае используются другие методы решения задач многокритериальной оптимизации. Кроме того, метод идеальной точки не учитывает взаимосвязь между критериями и может привести к выбору компромиссного решения, которое не является оптимальным по всем критериям. Поэтому при использовании данного метода необходимо дополнительно анализировать и проверять оптимальность полученных решений [7].

В решении задач многокритериальной оптимизации используется также метод лексикографического упорядочивания. При этом критерии упорядочиваются по приоритету и рассматриваются последовательно. Если решения не могут быть отсортированы по первому критерию, то они сортируются по следующему критерию и т. д. [7]. Преимущества лексикографического упорядочивания — простота и прозрачность. С помощью этого метода можно получить единственное оптимальное решение, которое легко интерпретируется. Что касается недостатков, отметим, во-первых, невозможность учесть компромиссные решения, которые могут оказаться оптимальными по всем критериям. Во-вторых, есть риск выбора невыгодного решения, если первый критерий имеет большой вес, но не является самым важным для данной задачи [8].

В представленной работе приводится решение задачи многокритериальной оптимизации процесса гидрирования полициклических ароматических углеводородов с применением известного метода NSGA-II. Он

основан на генетическом алгоритме и использует несколько техник для решения проблемы недоминирования [9]. Ниже описаны основные шаги алгоритма [10].

1. Инициализация популяции. Начальная популяция создается случайным образом.
2. Оценка популяции. Каждый элемент популяции оценивается по нескольким критериям.
3. Сортировка популяции. Элементы популяции сортируются по уровню недоминирования. Доминирующие и не испытывающие доминирования (недоминируемые) элементы помещаются в первый уровень. Элементы, доминируемые только элементами первого уровня, помещаются во второй уровень, и т. д.
4. Выбор родительских элементов. Для создания новой популяции выбираются родительские элементы из нескольких первых уровней.
5. Кроссинговер и мутация. Родительские элементы проходят кроссинговер и мутацию, чтобы создать новые элементы популяции.
6. Оценка новой популяции. Новые элементы оцениваются по критериям.
7. Сортировка новой популяции. Новые элементы сортируются по уровню недоминирования.
8. Выбор новой популяции. Из новой популяции выбираются элементы для следующего поколения.
9. Повторение шагов 4–8 до достижения критерия остановки.

NSGA-II позволяет точно и оперативно работать с задачами многокритериальной оптимизации. Он эффективно решает проблему недоминирования, что позволяет получать оптимальные решения для всех критериев.

NSGA-II основан на генетическом алгоритме с отбором родителей и выживания. Особи выбираются по фронтам, при этом фронт разделяется, если не все особи могут выжить. Решения в разделенном фронте выбираются на основе расстояния между ними, которое является манхэттенским расстоянием в пространстве критериев [9]. Крайние точки сохраняются на каждом поколении и им присваивается условно бесконечное расстояние для использования в последующих итерациях [11] (рис. 1).

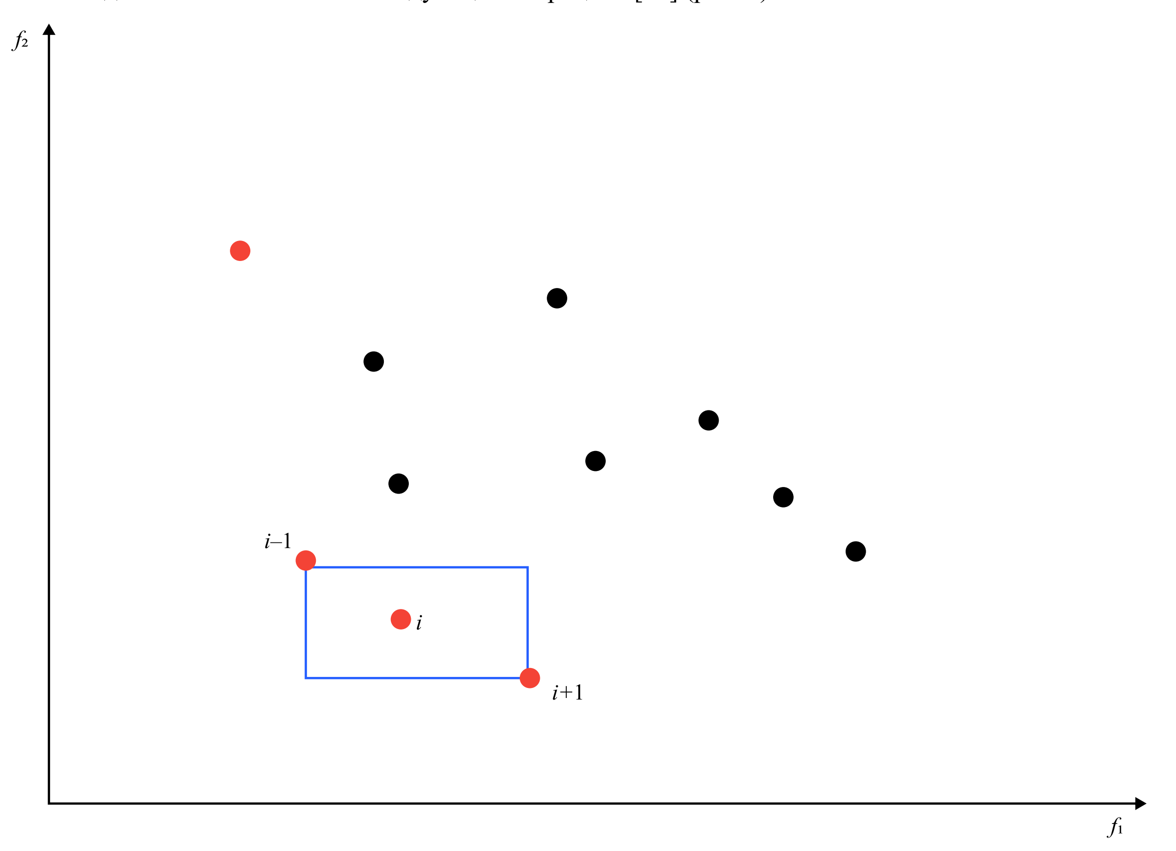


Рис. 1. Визуализация фронта Парето и выбора решений на основе расстояний

На рис. 1 — пример множества решений для задачи многокритериальной оптимизации с использованием критериев f_1 и f_2. Красные точки обозначают фронт Паретто. Показан расчет расстояния скопления для решения *i* — это средняя длина стороны кубоида, в котором находится решение *i* (отмечено синей рамкой).

Для усиления воздействия на отбор родителей NSGA-II использует двоичный турнирный отбор [9]. Каждая особь сначала сравнивается по рангу, а затем по расстоянию между ними.

Результаты исследования. Программа, реализующая алгоритм решения задачи многокритериальной оптимизации, написана на языке Python.

В ходе исследования решена система дифференциальных уравнений (1–3). Для реакции гидрирования полициклических ароматических углеводородов она имеет вид [12]:

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{d\tau} = \left(-w_1 - w_2 + w_{11}\right) \\ \frac{dy_2}{d\tau} = -3w_1 - w_2 - 2w_3 - 3w_4 - 3w_5 - 3w_6 - w_7 \\ -w_8 - 3w_9 - w_{10} - w_{11} - w_{12} - w_{14} - w_{15} \\ \frac{dy_3}{d\tau} = w_1 \\ \frac{dy_4}{d\tau} = w_2 + w_8 - w_9 \\ \frac{dy_5}{d\tau} = w_2 \\ \frac{dy_6}{d\tau} = -w_3 + w_{16} \\ \frac{dy_7}{d\tau} = w_3 - w_9 - w_{10} - 2w_{16} \\ \frac{dy_8}{d\tau} = w_4 + w_{16} \\ \frac{dy_9}{d\tau} = -w_5 + w_{17} \\ \frac{dy_{10}}{d\tau} = w_5 - w_6 - w_8 - 2w_{17} \\ \frac{dy_{11}}{d\tau} = w_6 - w_7 + w_{17} \\ \frac{dy_{12}}{d\tau} = w_7 + w_7 + w_8 + w_9 - w_{13} - w_{15} \\ \frac{dy_{13}}{d\tau} = 0 \\ \frac{dy_{14}}{d\tau} = 0 \\ \frac{dy_{15}}{d\tau} = 0 \\ \frac{dy_{16}}{d\tau} = w_{10} - w_{11} - w_{12} \\ \frac{dy_{17}}{d\tau} = w_{12} \\ \frac{dy_{18}}{d\tau} = w_{13} - w_{14} \\ \frac{dy_{19}}{d\tau} = w_{14} \\ \frac{dy_{20}}{d\tau} = w_{15} \\ \frac{dQ}{d\tau} = \sum_{i=1}^{20} \frac{dy_i}{d\tau} \end{cases}, \qquad \begin{cases} w_1 = \frac{k_i y_1 \cdot y_2^3}{Q^3} - \frac{k_{21} \cdot y_3}{Q} \\ w_2 = \frac{k_2 \cdot y_1 \cdot y_2}{Q^2} \\ w_3 = \frac{k_3 \cdot y_6 \cdot y_2^2}{Q^3} - \frac{k_{18} \cdot y_7}{Q} \\ w_4 = \frac{k_4 \cdot y_7 \cdot y_2^3}{Q^4} \\ w_5 = \frac{k_5 \cdot y_9 \cdot y_2^3}{Q^4} - \frac{k_{19} \cdot y_{10}}{Q} \\ w_6 = \frac{k_6 \cdot y_{10} \cdot y_2^3}{Q^4} - \frac{k_{19} \cdot y_{10}}{Q} \\ w_7 = \frac{k_7 \cdot y_{11} \cdot y_2}{Q^2} \\ w_8 = \frac{k_8 \cdot y_{10} \cdot y_2}{Q^2} \\ w_9 = \frac{k_9 \cdot y_4 \cdot y_2^3}{Q^4} \\ w_{10} = \frac{k_{10} \cdot y_7 \cdot y_2}{Q^2} \\ w_{11} = \frac{k_{11} \cdot y_{16} \cdot y_2}{Q^2} \\ w_{12} = \frac{k_{12} \cdot y_{16} \cdot y_2}{Q^2} \\ w_{13} = \frac{k_{13} \cdot y_{12}}{Q} \\ w_{14} = \frac{k_{14} \cdot y_{18} \cdot y_2}{Q^2} \\ w_{15} = \frac{k_{15} \cdot y_{12} \cdot y_2}{Q^2} \\ w_{16} = \frac{k_{16} \cdot y_7^3}{Q^2} \\ w_{17} = \frac{k_{17} \cdot y_{10}^2}{Q^2} \end{cases}.$$

При $\tau = 0$; $y_1(0) = 0{,}025$; $y_2(0) = 0{,}9$; $y_6(0) = 0{,}067$; $y_9(0) = 0{,}008$; $y_i(0) = 0$, $I = 3$–$5,7,8,10$–20; $Q(0) = 1$.

На рис. 2 приведено рассчитанное множество решений, удовлетворяющих ограничениям системы, и фронт Парето, где f_1 — это выход целевых нафтенов, а f_2 — конверсия исходного сырья.

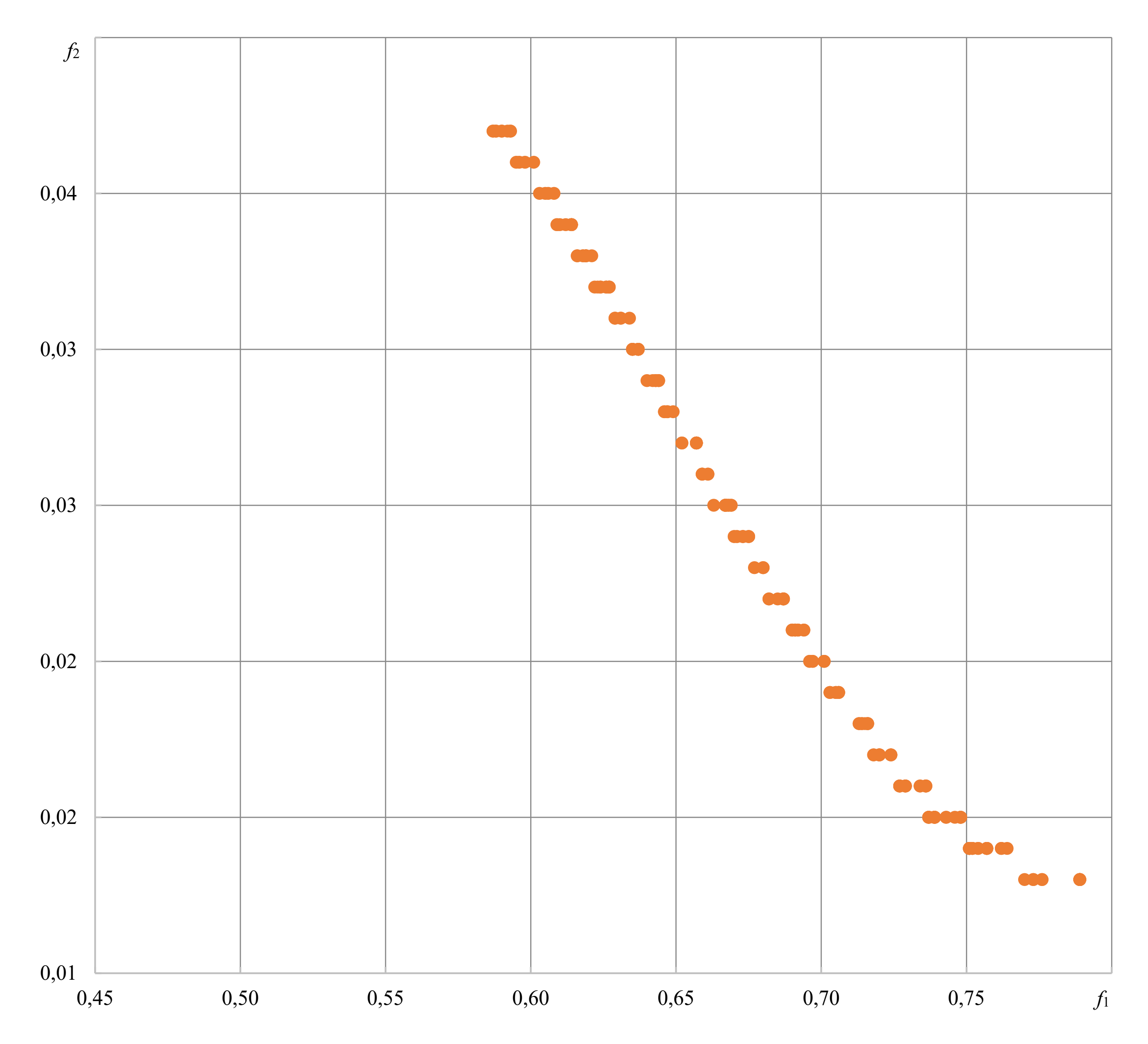


Рис. 2. Фронт Парето процесса гидрирования полициклических ароматических углеводородов

Управляемый параметр — температура процесса [13]. Критерии оптимальности — максимизация выхода целевых нафтенов в конце реакции и максимизация конверсии исходного сырья [14]. Расчеты по предлагаемому алгоритму дали результаты соответствия критериев оптимальности и значений параметра температуры, которые обобщены в таблице 1.

Таблица 1

Соответствие критериев оптимальности и значения параметра температуры процесса гидрирования полициклических ароматических углеводородов

Выход целевых нафтенов f_1	Конверсия исходного сырья f_2	Температура *T, K*
0,43	0,03	200,00
0,59	0,03	221,20
0,71	0,01	250,00
0,76	0,01	271,10
0,79	0,01	300,00

Итак, при увеличении температуры выход целевых нафтенов увеличивается, а конверсия исходного сырья уменьшается. Каждое из этих решений является неулучшаемым, выбор конкретных значений зависит от лица, принимающего решение.

Для успешной работы NSGA-II необходимо правильно выбирать параметры алгоритма. В частности, следует оптимизировать критерии размера популяции, количества поколений, вероятности кроссинговера и мутации.

При запуске алгоритма на модели процесса гидрирования полициклических ароматических углеводородов использовались следующие параметры: размер популяции — 100, количество поколений — 100. Недостаточно большая популяция может обусловить преждевременную сходимость алгоритма к локальному оптимуму. Слишком большая способна замедлить процесс оптимизации [15]. Чрезмерное количество поколений потенциально ведет к переобучению алгоритма, тогда как при недостаточном количестве поколений может не хватить времени для достижения оптимальных решений.

Обсуждение и заключение. Создана программа, реализующая алгоритм многокритериальной оптимизации NSGA-II. Работа с соответствующей задачей в рамках этого метода включает решение системы дифференциальных уравнений, визуализацию множества решений, удовлетворяющих ограничениям системы, и построение фронта Парето. Кроме того, найдены значения варьируемых параметров для достижения целей оптимизации. Для процесса гидрирования ПАУ на основе кинетической модели рассчитано множество значений температуры, оптимальных для получения неулучшаемых значений двух критериев оптимальности: выход нафтенов и конверсия исходного сырья. С повышением температуры растет скорость реакции и выход нафтенов. Однако уменьшается конверсия сырья. К тому же слишком высокие температуры могут стать причиной побочных реакций и разложения продуктов.

Данные, полученные в рамках представленной работы, могут быть полезны для оптимизации процесса гидрирования ПАУ в промышленных условиях. Важно учитывать влияние температуры на выход нафтенов и конверсию сырья при разработке стратегии производства. Кроме того, следует принимать во внимание и другие параметры, от которых зависит кинетика реакции. Это, например, давление, скорость потока реагентов и роль катализаторов.

Таким образом, разработанная программа и предложенный алгоритм позволяют проводить одновременный анализ нескольких критериев оптимальности процесса на основе кинетической модели и формировать множество неулучшаемых значений варьируемых параметров.

Список литературы / References

1. Ахметов А.Ф., Ахметов А.В., Загидуллин Ш.Г., Шайжанов Н.С. Гидропереработка тяжелой фракции ароматических углеводородов C_{10+} на катализаторе никель на кизельгуре. *Башкирский химический журнал*. 2018;25(1):96–98. https://doi.org/10.17122/bcj-2018-1-96-98

Akhmetov AF, Akhmetov AV, Zagidullin ShG, Shayzhanov NS. Hydrofinery Processing Heavy Fraction of Aromatic Hydrocarbons C_{10+} on Catalyzer Nickel on Kizelgur. *Bashkir Chemical Journal*. 2018;25(1):96–98. https://doi.org/10.17122/bcj-2018-1-96-98

2. Ахметов А.Ф., Ахметов А.В., Шайжанов Н.С., Загидуллин Ш.Г. Гидропереработка остаточных фракций процесса пиролиза. *Башкирский химический журнал*. 2017;24(2):29–32. URL: https://bcj.rusoil.net/files/slider/BCJ-2-2017.pdf (дата обращения: 07.11.2023).

Akhmetov AF, Akhmetov AV, Shayzhanov NS, Zagidullin ShG. Hydrogenolysis of Residual Fractions Obtained by Pyrolysis Process. *Bashkir Chemical Journal*. 2017;24(2):29–32. URL: https://bcj.rusoil.net/files/slider/BCJ-2-2017.pdf (accessed: 07.11.2023).

3. Шайжанов Н.С., Загидуллин Ш.Г. Ахметов А.В. Анализ активности катализаторов гидрирования в процессе получения высокоплотных реактивных топлив. *Башкирский химический журнал*. 2014;21(2):94–98. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/analiz-aktivnosti-katalizatorov-gidrirovaniya-v-protsesse-polucheniya-vysokoplotnyh-reaktivnyh-topliv/viewer (дата обращения: 07.11.2023).

Shayzhanov NS, Zagidullin ShG, Akhmetov AV. Activity Analysis of Hydrogenation Catalysts in the Process of High-Density Jet Fuels Production. *Bashkir Chemical Journal*. 2014;21(2):94–98. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/analiz-aktivnosti-katalizatorov-gidrirovaniya-v-protsesse-polucheniya-vysokoplotnyh-reaktivnyh-topliv/viewer (accessed: 07.11.2023).

4. Koledina KF, Koledin SN, Karpenko AP, Gubaydullin IM, Vovdenko MK. Multi-Objective Optimization of Chemical Reaction Conditions Based on a Kinetic Model. *Journal of Mathematical Chemistry*. 2019;57(2):484–493. https://doi.org/10.1007/s10910-018-0960-z

5. Emmerich M, Deutz A. *Multicriteria Optimization and Decision Making: Master Course*. Leiden: Leiden University Publishing; 2014. 102 p. URL: https://liacs.leidenuniv.nl/~emmerichmtm/modapage/MCOReaderEmmeirchDeutz2017.pdf (accessed: 17.11.2023).

6. Deb K, Mohan M, Mishra S. Towards a Quick Computation of Well-Spread Pareto-Optimal Solutions. In book: CM Fonseca, PJ Fleming, E Zitzler, L Thiele, K Deb (eds). *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Berlin, Heidelberg: Springer; 2003. P. 222–236. https://doi.org/10.1007/3-540-36970-8_16

7. Коледина К.Ф., Многокритериальная интервальная оптимизация химических реакций на основе кинетической модели. *Математическое моделирование*. 2022;34(8):97–109. https://doi.org/10.20948/mm-2022-08-06

Koledina KF. Multi-Criteria Interval Optimization of Conditions for Complex Chemical Reactions on the Basis of a Kinetic Model. *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2022;34(8):97–109. https://doi.org/10.20948/mm-2022-08-06

8. Miernik K, Węglińska E, Danek T, Leśniak A. An Application of the NSGA-II Algorithm in Pareto Joint Inversion of 2D Magnetic and Gravity Data. *Geology Geophysics & Environment*. 2021;47(2):59–70. https://doi.org/10.7494/geol.2021.47.2.59

9. Martínez S, Perez E, Eguia P, Erkoreka A, Granada E. Model Calibration and Exergoeconomic Optimization with NSGA-II Applied to a Residential Cogeneration. *Applied Thermal Engineering*. 2020;169:114916. https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2020.114916

10. Камшилова Ю.А. Семенкин Е.С. Сравнительный анализ эффективности многокритериальных эволюционных алгоритмов SPEA2 и NSGA-II. В: *Тр. XVI Междунар. науч. конф., посвященной памяти генерального конструктора ракетно-космических систем академика М.Ф. Решетнева «Решетневские чтения»*. Ч. 2. Краноярск: Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М.Ф. Решетнева; 2012. С. 484. URL: https://disk.sibsau.ru/website/reshetnevsite/materials/2012_2.pdf (дата обращения: 17.11.2023).

Kamshilova YuA, Semenkin ES. Comparative Analysis of Multiobjective Evolutionary Algorithms' SPEA2 and NSGA-II Efficiency. In: *Proc. XVI Int. Sci. Conf. dedicated to the memory of the General Designer of rocket and space systems Academician MF Reshetnev "Reshetnev Readings"*. Part 2. Krasnoyarsk: Siberian State Aerospace University named after academician MF Reshetnev; 2012. P. 484. URL: https://disk.sibsau.ru/website/reshetnevsite/materials/2012_2.pdf (accessed: 17.11.2023).

11. Cîrciu MS, Leon F. Comparative Study of Multiobjective Genetic Algorithms. *Bulletin of the Polytechnic Institute of Iasi*. 2010;56(60):1-13. URL: https://www.researchgate.net/publication/228845090 (accessed: 02.03.2024).

12. Koledina KF, Gubaidullin IM, Zagidullin ShG, Koledin SN, Sabirov DSh. Kinetic Regularities of Hydrogenation of Polycyclic Aromatic Hydrocarbons on Nickel Catalysts. *Russian Journal of Physical Chemistry A*. 2023;97(10):2104–2110. https://doi.org/10.1134/s003602442309008x

13. Загидуллин Ш.Г., Коледина К.Ф. Математическое моделирование кинетики гидрирования полициклических ароматических углеводородов. *Bulletin of BSU*. 2021;26(3):664–669. https://doi.org/10.33184/bulletin-bsu-2021.3.23

Zagidullin ShG, Koledina KF. Mathematical Modeling of the Kinetics of Hydration of Polycyclic Aromatic Hydrocarbons. *Bulletin of BSU*. 2021;26(3):664–669. https://doi.org/10.33184/bulletin-bsu-2021.3.23

14. Bukhtoyarov SE, Emelichev VA. Stability Aspects of Multicriteria Integer Linear Programming Problems. *Journal of Applied and Industrial Mathematics*. 2019;13:22–29. https://doi.org/10.1134/S1990478919010034

15. Тань Лиго, Новикова С.В. Применение пошагового метода обучения для эволюционного алгоритма в задачах многокритериальной оптимизации. *Вестник Казанского государственного энергетического университета*. 2022;14(3):114–124.

Tan Liguo, Novikova SV. Application of the Step Learning Method for the Evolutionary Algorithm in Problems of Multi-Criteria Optimization. *Vestnik KGEU*. 2022;14(3):114–124.

Об авторах:

Анастасия Александровна Александрова, магистрант кафедры информационных технологий и прикладной математики Уфимского государственного нефтяного технического университета (450064, РФ, г. Уфа, ул. Космонавтов, 1), SPIN-код: 4026-5240, ORCID, nastena1425@gmail.ru

Сергей Николаевич Коледин, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры информационных технологий и прикладной математики Уфимского государственного нефтяного технического университета (450064, РФ, г. Уфа, ул. Космонавтов, 1), SPIN-код: 4243-6265, ORCID, koledinsrg@gmail.com

Заявленный вклад авторов:

А.А. Александрова — разработка программного обеспечения, подготовка текста, формулировка выводов.

С.Н. Коледин — научное руководство, предоставление исходных данных, корректировка выводов, доработка текста.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Поступила в редакцию 15.12.2023
Поступила после рецензирования 12.01.2024
Принята к публикации 18.01.2024

About the Authors:

Anastasiya A. Alexandrova, graduate student of the Information Technologies and Applied Mathematics Department, Ufa State Petroleum Technological University (1, Kosmonavtov St., Ufa, 450064, RF), SPIN-code: 4026-5240, ORCID, nastena1425@gmail.ru

Sergey N. Koledin, Cand.Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor of the Information Technologies and Applied Mathematics Department, Ufa State Petroleum Technological University (1, Kosmonavtov St., Ufa, 450064, RF), SPIN-code: 4243-6265, ORCID, koledinsrg@gmail.com

Claimed contributorship:
AA Alexandrova: software development, text preparation, formulation of conclusions.
SN Koledin: academic advising, providing source data, correction of the conclusions, the text revision.

Conflict of interest statement: the authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final version of the manuscript.

Received 15.12.2023
Revised 12.01.2024
Accepted 18.01.2024